

**TOUT EN
FICHES**

Gilles Duménil

L'ESSENTIEL DE

**PHYSIQUE
APPLIQUÉE**

BTS, LICENCE, IUT

DUNOD

Graphisme de la couverture : Pierre-André Gualino
Illustrations de couverture : shutterstock_1027451707

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique

s'est généralisée dans les établissements

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du

droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, 2012, 2021

11, rue Paul Bert 92240 Malakoff

www.dunod.com

ISBN 978-2-10-081332-2

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2^o et 3^o a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Avant-propos

Je dédie cet ouvrage à ma mère sans laquelle rien n'aurait été possible...

Cet ouvrage aborde l'ensemble des thèmes de la physique et de l'électricité appliquée enseignés dans les sections post-baccalauréat. Il est composé de rappels sur les bases de l'électricité et de thèmes tels que les fonctions de l'électronique analogique, le traitement numérique du signal, les convertisseurs de puissance et les machines électriques.

Il est destiné à l'ensemble des étudiants des sections de BTS, DUT et des deux premières années de licence (cursus LMD) qui intègrent dans leur enseignement général des notions de physique et électricité appliquée.

Cet ouvrage se présente en 30 fiches abordant chacune un thème précis. Chaque fiche est composée d'une synthèse de cours et d'exercices d'application dont la solution détaillée est appuyée par des conseils méthodologiques de résolution. Il constitue l'outil idéal pour des révisions efficaces en vue d'un contrôle et de l'examen.

Gilles Dumenil

Table des matières

Partie 1 Lois générales des circuits électriques

Fiche 1	Circuits électriques linéaires	1
Fiche 2	Lois et théorèmes généraux en courant continu	8
Fiche 3	Étude des signaux périodiques	12
Fiche 4	Circuits en régime sinusoïdal	17
Fiche 5	Régime transitoire	22

Partie 2 Fonctions de l'électronique analogique

Fiche 6	Filtres passifs	26
Fiche 7	Amplificateur opérationnel	33
Fiche 8	Amplification de différence Amplificateur d'instrumentation	39
Fiche 9	Les comparateurs à amplificateur opérationnel	43
Fiche 10	Systèmes bouclés	47

Partie 3 Traitement numérique du signal

Fiche 11	CNA et CAN	53
Fiche 12	Discretisation Transformée en z	57
Fiche 13	Filtrage numérique	61

Partie 4 Puissances en régime sinusoïdal

Fiche 14	Puissances en régime sinusoïdal	67
Fiche 15	Systèmes triphasés équilibrés	71
Fiche 16	Relèvement du facteur de puissance	77

Partie 5 Convertisseurs d'énergie statiques

Fiche 17	Le transformateur	79
Fiche 18	Redressement monophasé non commandé	85
Fiche 19	Redressement monophasé commandé	92
Fiche 20	Pont tout thyristors	98
Fiche 21	Le gradateur	104
Fiche 22	Le hacheur	110
Fiche 23	Onduleur de tension monophasé	116
Fiche 24	Stratégies de commande des onduleurs	122

Partie 6 Convertisseurs d'énergie tournants

Fiche 25	Le moteur à courant continu	128
Fiche 26	Le moteur synchrone	134
Fiche 27	L'alternateur triphasé	140
Fiche 28	Le moteur asynchrone	144
Fiche 29	Variation de vitesse du moteur asynchrone	150
Fiche 30	Moteur pas à pas	156
Index		160

1. Définition

Le courant électrique résulte d'un **déplacement de particules** portant une charge électrique. Dans les métaux, ces porteurs sont des **électrons**, c'est-à-dire des particules élémentaires portant une charge négative.

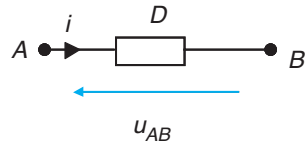
- Le passage du courant électrique entre deux points A et B n'est possible que s'il existe entre ces deux points une différence de potentiel, appelée **tension électrique**. Un **potentiel** est une tension prise par rapport à un potentiel de référence (la masse : $V_M = 0$). Si V_A et V_B sont respectivement les potentiels des points A et B , alors :

$$u_{AB} = V_A - V_B$$

- L'intensité du courant électrique s'exprime en ampères (A) et une tension s'exprime en volts (V). On peut donc écrire : $u_{AB} = k \cdot i + U_0$

Avec :

- U_0 : tension aux bornes du dipôle si $i = 0$ (à vide) ;
- k : coefficient réel homogène à une résistance (Ω).



REMARQUE

Il existe deux conventions :

- la convention récepteur : la flèche tension est opposée à la flèche courant ;
- la convention générateur : la flèche tension et la flèche courant sont dans le même sens.

Un **circuit électrique** est dit **linéaire** lorsqu'il est constitué de **dipôles passifs et/ou actifs linéaires**, c'est-à-dire par des dipôles caractérisés par une relation **linéaire** entre le courant i et la tension u_{AB} aux bornes du dipôle.

2. Dipôles passifs linéaires élémentaires

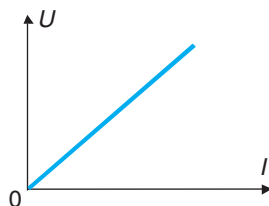
■ Dipôles résistifs

La caractéristique de $U = f(I)$ montre que U est proportionnelle à I .

Loi d'**Ohm** : $U = R \cdot I$

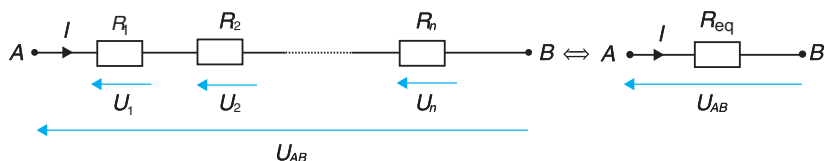
U : Volts (V), I : Ampères (A), R : Ohms (Ω).

La **conductance** est définie par : $G = \frac{1}{R}$ et s'exprime en Siemens (S).



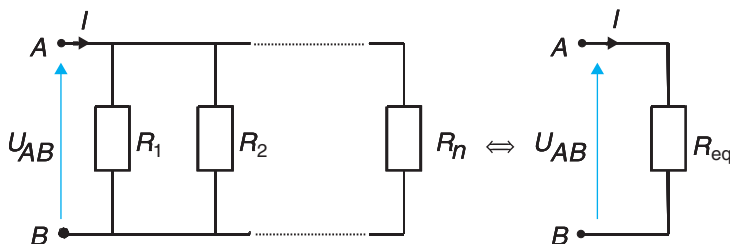
Le groupement de plusieurs résistances peut se ramener à une seule résistance appelée résistance équivalente en suivant les règles d'association série et parallèle.

La résistance équivalente d'un ensemble de résistances en série est égale à la somme des résistances : $R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$



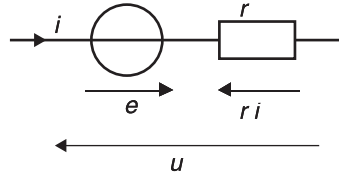
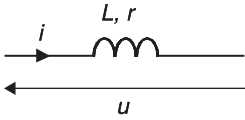
L'inverse de la résistance équivalente d'un ensemble de résistances en parallèle

est égal à la somme des inverses des résistances : $\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$



Dipôles inductifs

Une bobine réelle est constituée d'une inductance pure L en série avec une résistance r (résistance interne correspondant à la résistance du fil et responsable de pertes par effet Joule $P = r \cdot I^2$).



Loi de Lenz : $e = -\frac{d\Phi_T}{dt}$ (Φ_T : flux total).

Cas particulier du flux auto-induit

$\Phi_p = L \cdot i$ (flux propre à une bobine), d'où : $e = -L \frac{di}{dt}$.

e : force électromotrice auto-induite qui s'oppose à la cause qui lui donne naissance.

L : inductance en Henry (H).

Donc $u = r \cdot i - e = r \cdot i + L \frac{di}{dt}$

– si la bobine est parfaite : $r = 0 \Omega$ et $u = L \frac{di}{dt}$

– si la bobine est alimentée en régime continu $i = I = \text{Cte}$, alors :

$u = 0$, si elle est parfaite (court-circuit).

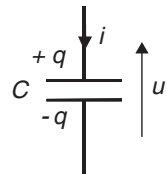
$u = rI$, si elle ne l'est pas (avec $r = \rho \frac{L}{S}$, ρ résistivité en $\Omega \cdot m$).

■ Dipôles capacitifs

Pour un condensateur la relation entre l'ensemble des charges électriques q et la tension à ses bornes est : $q = C \cdot u$

C : capacité du condensateur en Farads (F).

Or $i = dq/dt$ donc $i = C \frac{du}{dt}$



Cas particulier du régime continu

Si $u = U = \text{Cte}$, alors $i = 0$ et le condensateur est équivalent à un circuit ouvert.

La capacité équivalente d'un ensemble de condensateurs en parallèle est égale à la somme des capacités de ces condensateurs. $C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$

3. Dipôles actifs linéaires élémentaires

■ Générateurs de tension

REMARQUE

Par convention pour les dipôles actifs, on utilise la convention générateur ; U et I sont dans le même sens.

Relation pour un générateur de tension linéaire :

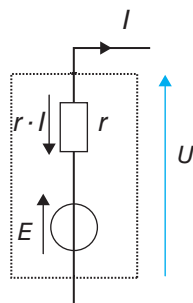
$$U = E - r \cdot I$$

E : f.é.m. à vide (pour $I = 0$).

r : résistance interne du dipôle actif.

Générateur de tension parfait :

$r = 0 \Omega$ et $U = E = \text{Cte}$ quelle que soit la valeur de I .



■ Générateur de courant

Relation pour un générateur de courant linéaire :

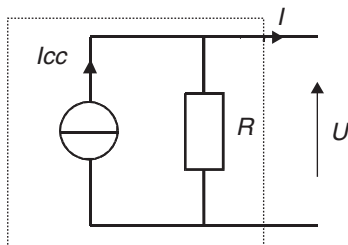
$$I = I_{cc} - \frac{U}{R}$$

I_{cc} : courant de court-circuit (pour $U = 0$).

R : résistance interne.

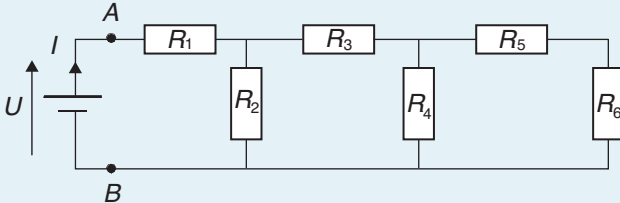
Générateur de courant parfait :

$R = \infty$ et $I = I_{cc} = \text{Cte}$ quelle que soit la valeur de U .



EXERCICE 1 Principe d'un réseau R – 2R

On considère le montage suivant :



1. Calculez la résistance équivalente R_{AB} .
2. Calculez le courant I .

Données : $U = 10 \text{ V}$, $R_1 = R_3 = R_5 = R_6 = 1 \text{ k}\Omega$ et $R_2 = R_4 = 2 \text{ k}\Omega$.

Attention : pour déterminer la résistance équivalente, il faut procéder par étapes en faisant les regroupements de base (série ou parallèle). Faites des schémas intermédiaires.

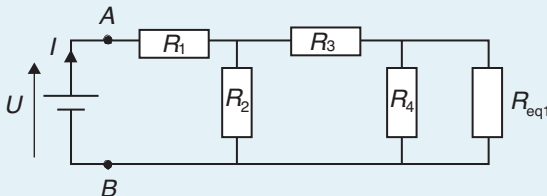
Solution

1. Pour déterminer R_{AB} , il faut procéder par étapes intermédiaires.

1^{re} étape : déterminez la résistance R_{eq1} équivalente à R_5 et R_6 en série.

$$R_{\text{eq1}} = R_5 + R_6 = 1000 + 1000 = 2000 = 2 \text{ k}\Omega$$

On obtient le schéma intermédiaire suivant :

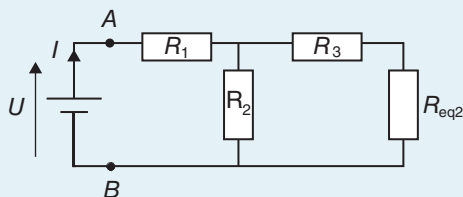


2^e étape : déterminez la résistance R_{eq2} équivalente à R_4 et R_{eq1} en parallèle.

$$\frac{1}{R_{\text{eq2}}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{\text{eq1}}} = \frac{1}{2000} + \frac{1}{2000} = \frac{1}{1000}$$

$$R_{\text{eq}2} = 1\,000 = 1\text{ k}\Omega$$

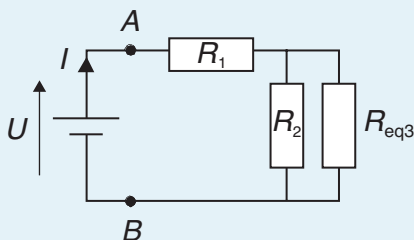
On obtient le schéma intermédiaire suivant :



3^e étape : déterminez la résistance $R_{\text{eq}3}$ équivalente à R_3 et $R_{\text{eq}2}$ en série.

$$R_{\text{eq}3} = R_3 + R_{\text{eq}2} = 1\,000 + 1\,000 = 2\,000 = 2\text{ k}\Omega$$

On obtient le schéma intermédiaire ci-contre :

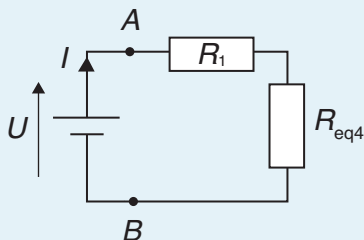


4^e étape : déterminez la résistance $R_{\text{eq}4}$ équivalente à R_2 et $R_{\text{eq}3}$ en parallèle.

$$\frac{1}{R_{\text{eq}4}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{\text{eq}3}} = \frac{1}{2\,000} + \frac{1}{2\,000} = \frac{1}{1\,000}$$

$$R_{\text{eq}4} = 1\,000 = 1\text{ k}\Omega$$

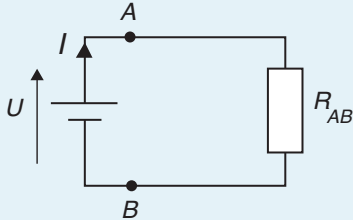
On obtient le schéma intermédiaire ci-contre :



5^e étape : déterminez la résistance R_{AB} équivalente à R_1 et R_{eq4} en série.

$$R_{AB} = R_1 + R_{eq3} = 1\,000 + 1\,000 = 2\,000 = 2\text{ k}\Omega$$

On obtient le schéma intermédiaire suivant :



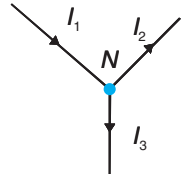
2. Pour déterminer I , on applique la loi d'Ohm : $U = R_{AB} \cdot I$, d'où :

$$I = \frac{U}{R_{AB}} = \frac{10}{2\,000} = 5 \cdot 10^{-3} = 5\text{ mA}$$

1. Lois des nœuds

La somme algébrique des intensités des courants entrant dans un nœud (N) est égale à la somme algébrique des intensités des courants en sortant.

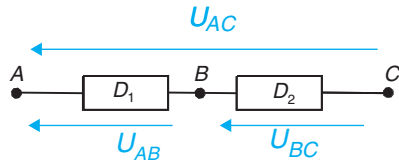
$$I_1 = I_2 + I_3$$



2. Loi des mailles

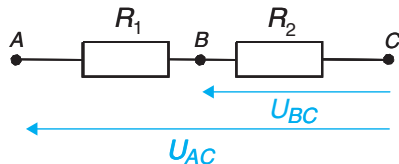
La somme algébrique des tensions rencontrées dans une maille (chemin fermé orienté) est nulle.

$$U_{AC} - U_{AB} - U_{BC} = 0$$



3. Loi du pont diviseur de tension

L'association de résistances en série forme un pont diviseur de tension. La tension aux bornes d'une résistance est égale au produit de la résistance par la tension totale divisé par la somme des résistances.



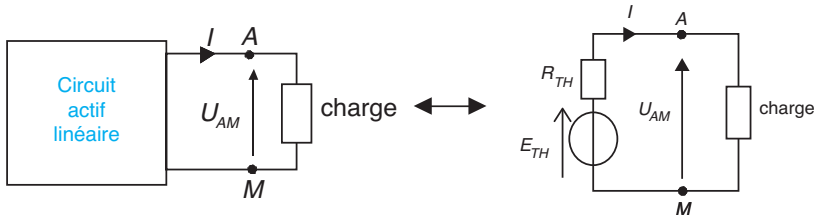
$$U_{BC} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{AC}$$

4. Théorème de Thévenin

Tout circuit actif linéaire peut être modélisé entre A et M par un générateur de tension caractérisé par :

- une f.é.m. à vide E_{TH} égale à la tension (entre A et M) en circuit ouvert ($I=0$) ;

- une résistance interne R_{TH} égale à la résistance équivalente entre A et M du circuit actif linéaire rendu passif (les sources étant remplacées par leur résistance interne).



5. Théorème de superposition

Pour tout circuit actif linéaire qui comporte plusieurs générateurs (de tension ou de courant), le courant qui traverse une branche quelconque du circuit est la somme des courants que fournirait chaque générateur agissant seul, les autres étant remplacés par leur résistance interne.

Ou bien, pour tout circuit actif linéaire qui comporte plusieurs générateurs (de tension ou de courant), la tension entre deux points quelconques du circuit est la somme des tensions entre ces deux points lorsque chaque générateur agit seul, les autres étant remplacés par leur résistance interne.

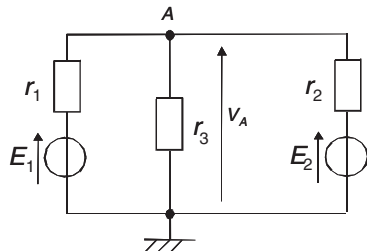
6. Théorème de Millman

Ce théorème permet de calculer directement le potentiel d'un nœud.

$$V_A = \frac{\sum \frac{E_i}{r_i}}{\sum \frac{1}{r_i} + \sum \frac{1}{r_j}} \quad \begin{array}{l} r_i \text{ résistances en série avec une source de tension } E_i \text{ et } r_j \\ \text{résistances entre le nœud } A \text{ et la masse.} \end{array}$$

Exemple :

$$V_A = \frac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}}$$



EXERCICE 1 Étude d'un couplemètre

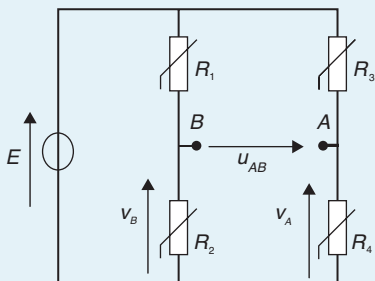
Soit le pont de Wheastone constitué des résistances R_1, R_2, R_3 et R_4 avec

$$R_1 = R_4 = R + \Delta R \text{ et } R_2 = R_3 = R - \Delta R.$$

R est la résistance au repos ; ΔR est la variation de résistance proportionnelle au couple à mesurer T_u selon la relation

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot T_u. \text{ La tension } E = 10 \text{ V. On étudie}$$

le montage à vide.



- Déterminez l'expression de la tension V_A en fonction de E, R_3 et R_4 .
- Déduisez en l'expression de V_A en fonction de $R, \Delta R$ et E .
- Déterminez l'expression de la tension V_B en fonction de E, R_1 et R_2 .
- Déduisez en l'expression de V_B en fonction de $R, \Delta R$ et E .
- Déterminez l'expression de la tension u_{AB} en fonction de $R, \Delta R$ et E .
- La tension de déséquilibre s'écrit $u_{AB} = \alpha \cdot T_u$; donnez l'expression de α en fonction de k et E .
- Lorsque le couplemètre mesure un couple T_u de 10 Nm, la variation de résistance des jauges est $\Delta R = 0,15 \Omega$. Sachant que $R = 150 \Omega$, calculez les valeurs des tensions V_A, V_B et u_{AB} , ainsi que la valeur du coefficient α . Pensez à utiliser la loi du pont diviseur de tension.

Solution

1. On applique le pont diviseur de tension : $V_A = \frac{R_4}{R_4 + R_3} E$

2. On remplace : $R_4 = R + \Delta R$ et $R_3 = R - \Delta R$ dans l'expression obtenue au 1.

$$V_A = \frac{R + \Delta R}{R + \Delta R + R - \Delta R} E,$$

$$\text{soit : } V_A = \frac{R + \Delta R}{2R} E$$

3. On applique le pont diviseur de tension : $V_B = \frac{R_2}{R_2 + R_1} E$

4. On remplace : $R_1 = R + \Delta R$ et $R_2 = R - \Delta R$ dans l'expression obtenue au 3.

$$V_B = \frac{R - \Delta R}{R - \Delta R + R + \Delta R} E, \text{ soit : } V_B = \frac{R - \Delta R}{2R} E$$

5. La tension u_{AB} est définie par la relation : $u_{AB} = V_A - V_B$
d'où :

$$u_{AB} = V_A - V_B = \frac{R + \Delta R}{2R} E - \frac{R - \Delta R}{2R} E,$$

soit :

$$u_{AB} = \frac{\Delta R}{R} E$$

La tension u_{AB} est proportionnelle à la variation de la résistance.

6. On donne $\frac{\Delta R}{R} = k \cdot T_u$ et on a montré que $u_{AB} = \frac{\Delta R}{R} E$

Donc $u_{AB} = \frac{\Delta R}{R} E = k \cdot T_u \cdot E$ et $\alpha = k \cdot E$

7. Applications numériques :

- $V_A = \frac{R + \Delta R}{2R} E = \frac{150 + 0,15}{2 \times 150} \times 10 = 5,005 \text{ V}$
- $V_B = \frac{R - \Delta R}{2R} E = \frac{150 - 0,15}{2 \times 150} \times 10 = 4,995 \text{ V}$
- $u_{AB} = V_A - V_B = 5,005 - 4,995 = 0,01 \text{ V}$

$$\alpha = \frac{\Delta R}{R \cdot T_u} E = \frac{0,15}{150 \times 10} \times 10 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ V.Nm}^{-1}$$

1. Généralités

■ Définition

La période T d'une grandeur analogique (tension ou intensité) variable périodique est le plus court intervalle de temps qui sépare deux instants où cette grandeur se répète identique à elle-même avec le même sens de variation. On peut écrire : $u(t) = u(t + kT)$ avec $k \in \mathbb{N}$. T s'exprime en secondes (s).

La fréquence f est le nombre de périodes par seconde : $f = \frac{1}{T}$

f s'exprime en Hertz (Hz).

■ Caractéristiques des grandeurs périodiques

Valeur moyenne

La valeur moyenne notée d'une tension périodique $u(t)$ de période T est par

définition la *valeur algébrique* donnée par : $\bar{u} = \frac{1}{T} \int_{(T)} u(t) dt$

Cette formule est valable quel que soit le type de $u(t)$ (carré, sinus, triangle...). Cependant, il est parfois plus rapide de passer par le calcul de surfaces dans les cas simples (carré, triangle).

On mesure une valeur moyenne avec un multimètre numérique en position DC (continu).

Une grandeur périodique dont la valeur moyenne est nulle est *alternative*.

Valeur efficace

La valeur efficace notée U d'une tension périodique $u(t)$ de période T est par

définition la *valeur positive* donnée par : $U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{(T)} u^2(t) dt}$

C'est en fait, la racine carrée de la moyenne du carré (en anglais, RMS : *Root Mean Square*).

On mesure une valeur efficace avec un multimètre numérique en position *AC* (alternatif).

Si le multimètre est TRMS (*True RMS* : valeur efficace vraie), pas de problème. S'il est RMS alors attention, car en réalité il mesure la valeur efficace de la composante alternative U_{ca} de $u(t)$ sans tenir compte de la valeur moyenne \bar{u} de $u(t)$. Il faut alors faire le calcul suivant pour trouver U :
$$U = \sqrt{\bar{u}^2 + U_{ca}^2}$$

2. Représentation fréquentielle – Série de Fourier

■ Théorème de Fourier

Toute fonction $u(t)$ du temps t , périodique de période T peut se décomposer en série de Fourier, c'est-à-dire s'écrire sous la forme :

$$u(t) = \bar{U} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\hat{U}_n \cos(n.\omega.t) + \hat{V}_n \sin(n.\omega.t) \right)$$

Pour $n = 1$, le terme $\left(\hat{U}_1 \cos(\omega.t) + \hat{V}_1 \sin(\omega.t) \right)$ est le **fondamental** (même fréquence que $u(t)$).

Le terme $\left(\hat{U}_n \cos(n.\omega.t) + \hat{V}_n \sin(n.\omega.t) \right)$ est l'**harmonique de rang n** (fréquence n fois celle de $u(t)$).

L'ensemble des coefficients \hat{U}_n et \hat{V}_n forme le **spectre de Fourier** du signal $u(t)$.

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{U} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt \\ \hat{U}_n = \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \cos(n.\omega.t) dt \\ \hat{V}_n = \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \sin(n.\omega.t) dt \end{array} \right.$$

Recomposer un signal périodique, c'est sommer sa valeur moyenne et tous ses harmoniques.

Taux de distorsion harmonique (TDH)

$$TDH = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} U_n^2}}{U_1} = \frac{\sqrt{(U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \dots)}}{U_1}$$

TDH permet de contrôler la

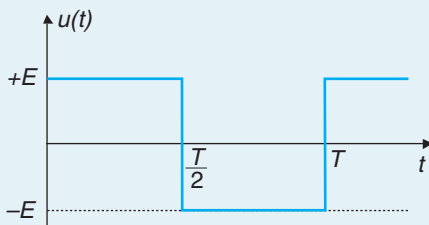
pureté d'un signal sinusoïdal et/ou de vérifier la linéarité d'un circuit.

EXERCICE 1 Étude d'une tension créneau

On prendra $E = 100 \text{ V}$

1. Calculez la valeur moyenne $\langle u \rangle$ de $u(t)$.
2. Calculez la valeur efficace U de $u(t)$.
3. La tension créneau $u(t)$ est décomposable en série de Fourier selon l'expression

$$\text{suivante } u(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{4E}{(2k+1)\pi} \sin[(2k+1)\omega.t]$$



$n = 2k + 1$ représente le « rang » de l'harmonique considéré et est exclusivement impair.

- a) Calculez les fréquences et les amplitudes du « fondamental » et des harmoniques de rang impair 3 ; 5 ; 7.
- b) Tracez le spectre de la tension $u(t)$. (Amplitude en V ; rangs : 1, 3, 5 et 7)
- c) Calculez son TDH.

Solution

1. On remarque que le signal est alternatif, ce qui implique que, sur une période, l'aire au-dessus de l'axe des abscisses est égale à l'aire au-dessous de l'axe. Donc la valeur moyenne est nulle : $\langle u \rangle = 0$
2. Le calcul de la valeur efficace U de $u(t)$ peut également se faire par le calcul d'aire.

La valeur efficace U est égale à la racine carrée de la valeur moyenne du signal élevé au carré, soit : $U = \sqrt{\langle u^2 \rangle}$

$$U = \sqrt{\frac{\left(\left(\frac{T}{2} \times E^2\right) + \left(\frac{T}{2} \times E^2\right)\right)}{T}} = E = 100 \text{ V}$$

3. a) Décomposition de $u(t)$ pour $k = 0 ; 1 ; 2 ; 3 \dots$

$$u(t) = \frac{4E}{\pi} \sin(\omega.t) + \frac{4E}{3\pi} \sin(3\omega.t) + \frac{4E}{5\pi} \sin(5\omega.t) + \frac{4E}{7\pi} \sin(7\omega.t) + \dots$$

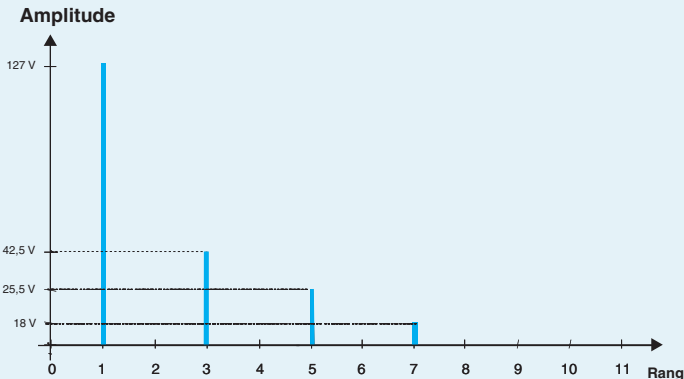
D'après la décomposition, on identifie le fondamental et les harmoniques de rang 3, 5, 7. Le fondamental ou harmonique de rang 1 est le terme dont la pulsation est la même que le signal $u(t)$: $u_f = \frac{4E}{\pi} \sin(\omega.t)$ avec une amplitude $U_f = \frac{4E}{\pi} = 127 \text{ V}$.

L'harmonique de rang 3 est le terme dont la pulsation est égale à trois fois la pulsation du signal $u(t)$: $u_{f_3} = \frac{4E}{3\pi} \sin(3\omega.t)$ avec une amplitude $U_{f_3} = \frac{4E}{3\pi} = 42,5 \text{ V}$.

L'harmonique de rang 5 est le terme dont la pulsation est égale à cinq fois la pulsation du signal $u(t)$: $u_{f_5} = \frac{4E}{5\pi} \sin(5\omega.t)$ avec une amplitude $U_{f_5} = \frac{4E}{5\pi} = 25,5 \text{ V}$.

L'harmonique de rang 7 est le terme dont la pulsation est égale à sept fois la pulsation du signal $u(t)$: $u_{f_7} = \frac{4E}{7\pi} \sin(7\omega.t)$ avec une amplitude $U_{f_7} = \frac{4E}{7\pi} = 18 \text{ V}$.

3. b) Spectre de la tension $u(t)$.



3. c)

$$TDH = \frac{\sqrt{(U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \dots)}}{U_1} = \frac{\sqrt{\left(\frac{42,5}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{25,5}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{18}{\sqrt{2}}\right)^2}}{\left(\frac{127}{\sqrt{2}}\right)} = 0,415$$

soit $TDH = 41,5 \%$

1. Définition

Une tension ou un courant alternatif sinusoïdal peuvent s'écrire sous la forme :

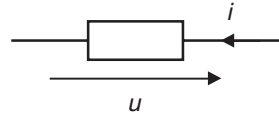
$$u(t) = U\sqrt{2} \sin(\omega.t + \varphi_u)$$

$$i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega.t + \varphi_i)$$

Avec :

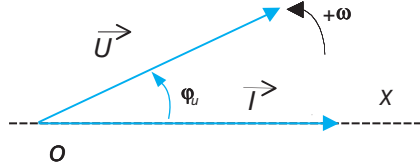
- U, I : **valeurs efficaces** de u et i ;
- ω : **pulsation** en rad.s^{-1} ($\omega = 2\pi.f$) ;
- φ_u, φ_i : phases initiales de u et i en radian ou en degré.

On appelle **déphasage** entre u et i , l'angle algébrique : $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$



2. Représentation de Fresnel

À toute grandeur alternative sinusoïdale de la forme : $u(t) = U\sqrt{2} \sin(\omega.t + \varphi_u)$, on peut associer un vecteur tournant à la vitesse angulaire ω (sens trigonométrique), de norme U et de phase à l'origine φ_u appelé vecteur de Fresnel.



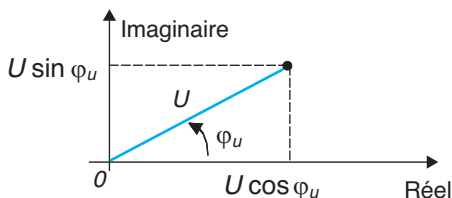
Sur une figure, on ne peut représenter simultanément que des grandeurs de même fréquence (tournant à la même vitesse angulaire).

3. Représentation complexe

On associe à toute grandeur sinusoïdale de la forme : $u(t) = U\sqrt{2} \sin(\omega.t + \varphi_u)$, un nombre complexe noté \underline{U} , tel que : $\underline{U} = [U, \varphi_u] = U(\cos \varphi_u + j \cdot \sin \varphi_u)$ avec $j^2 = -1$.

Sa représentation dans le plan complexe se limite à un point dont la position peut être repérée par :

- son abscisse ($U \cos \varphi_u$) et son ordonnée ($U \sin \varphi_u$) sont les *coordonnées cartésiennes* ;
- son *module* U et son *argument* φ_u sont les *coordonnées polaires*.

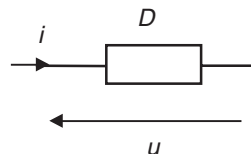


4. Étude des circuits en régime alternatif sinusoïdal

Toutes les lois et tous les théorèmes en courant continu sont applicables pour l'étude des circuits en régime sinusoïdal à condition d'utiliser la *notation complexe*.

■ Impédance – Admittance

L'impédance d'un dipôle linéaire soumis à une tension $u(t) = U\sqrt{2} \sin(\omega.t + \varphi_u)$ et traversé par un courant $i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega.t + \varphi_i)$ est : $Z = \frac{U}{I}$ exprimée en Ohm (Ω).



On associe à l'*impédance* un nombre complexe :

$$\underline{Z} = [Z, \varphi] = \left[\frac{U}{I}, \varphi_u - \varphi_i \right] = \frac{U}{I} \quad (\text{impédance complexe})$$

La loi d'ohm complexe s'écrit : $\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$

De même pour l'*admittance* : $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = [Y, -\varphi] = \left[\frac{I}{U}, \varphi_i - \varphi_u \right] = \frac{I}{U}$
 Y est exprimée en Siemens (S).

■ Dipôles passifs linéaires élémentaires

Le dipôle résistif

L'impédance complexe d'un résistor linéaire est : $\underline{Z}_R = R = [R, 0]$

Son admittance est : $\underline{Y}_R = \frac{1}{\underline{Z}_R} = \left[\frac{1}{R}, 0 \right] = \frac{1}{R}$

Le déphasage $\varphi = 0$, alors **u et i sont en phase**.

Le dipôle inductif

L'impédance complexe d'une inductance pure est : $\underline{Z}_L = \left[L\omega, \frac{\pi}{2} \right] = jL\omega$

Son admittance est : $\underline{Y}_L = \frac{1}{\underline{Z}_L} = \left[\frac{1}{L\omega} - \frac{\pi}{2} \right] = -j \frac{1}{L\omega}$

Le déphasage $\varphi = \frac{\pi}{2}$ alors **u est en quadrature avance sur i**.

Le dipôle capacitif

L'impédance complexe d'un condensateur est : $\underline{Z}_C = \left[\frac{1}{C\omega}, -\frac{\pi}{2} \right] = \frac{1}{jC\omega} = \frac{-j}{C\omega}$

Son admittance est : $\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C} = jC\omega$

Le déphasage $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ alors **i est en quadrature avance sur u**.

EXERCICE 1 Capteur de pression différentielle

Le schéma ci-contre montre les bobines d'un capteur de pression différentielle.

Son principe est le suivant :

Sous l'effet de la pression différentielle ΔP , une membrane déplace le noyau ferromagnétique proportionnellement à la pression ΔP .

Ce déplacement a pour effet d'augmenter l'inductance d'une bobine au détriment de l'autre.

Au repos $\Delta P = 0$, l'inductance est la même pour les deux bobines (elle vaut L), mais lorsqu'une pression différentielle apparaît, celle-ci engendre une variation d'inductance ΔL telle que $\Delta L = k \cdot \Delta P$.

Pour transformer cette variation d'inductance en variation de tension, on place les bobines précédentes dans un pont d'impédance. Le pont est alimenté sous la tension sinusoïdale $e(t) = E\sqrt{2} \sin(\omega.t)$ dont le complexe est \underline{E} .

