

l'intègre

Extrait

Parution
Juin 2024

1^{RE}

MATHS

SPÉCIALITÉ

Cahier de calcul

L'**ENTRAÎNEMENT**
CONSTANT ET RÉGULIER
DANS L'**ESPRIT PRÉPA**

Conçu par un collectif
de professeurs en lycées
et classes prépas,
sous la direction
de Colas Bardavid

DUNOD

NOUVEAU

Les **cahiers de calcul** pour s'entraîner dès le lycée **dans l'esprit prépa !**

Chère enseignante, Cher enseignant,

Dunod édite depuis plus de soixante ans des ouvrages pour les élèves des classes préparatoires scientifiques, dans toutes filières. Nos auteurs et les enseignants que nos délégués pédagogiques rencontrent régulièrement dans leur établissement constatent qu'une partie de **leurs élèves ont des lacunes en calcul à leur arrivée en classe préparatoire.**

Fort de ce constat et des différentes enquêtes menées sur le terrain auprès d'enseignants et d'élèves en classes préparatoires, Dunod, avec **Colas BARDAVID** et un **collectif d'auteurs enseignant en lycées et en prépas**, a souhaité proposer des ouvrages d'entraînement au calcul pour les **élèves de 1^{re} et de T^{le}** se destinant à intégrer une classe prépa scientifique.

Nous vous invitons donc aujourd'hui à découvrir **deux cahiers proposant un entraînement régulier et intensif, avec plus de 1400 calculs conçus dans "l'esprit prépa"** pour accompagner vos élèves, dès le lycée, afin qu'ils mettent toutes les chances de leur côté pour réussir en maths au Bac et dans leurs études supérieures.

DÉCOUVREZ DANS CE CAHIER DE CALCUL POUR LA 1^{RE} (À PARAÎTRE EN JUIN 2024) :

- ✓ **Tous les thèmes du programme** de spécialité Maths de 1^{re}
- ✓ **1 445 calculs corrigés** de différents niveaux
- ✓ **Une indication du temps de résolution** pour chaque calcul
- ✓ Un entraînement au calcul **en toute autonomie**



Sous la dir. de **Colas Bardavid**

Professeur en classe préparatoire MPSI au Lycée Chateaubriand à Rennes

VOUS SOUHAITEZ RECEVOIR UN SPÉCIMEN À PARUTION ?
Contactez votre **délégué pédagogique Dunod !**

Lionel GOURAUD – Paris RP/Ouest
06 23 08 80 85 • lgouraud@dunod.com

Philippe GUILLON – Nord-Est/Belgique
06 16 02 84 41 • pguillon@dunod.com

Véronique SALVALAIO – Sud-Ouest
06 16 02 84 44 • vsalvalaio@dunod.com

Alain GLISSA – Sud-Est/Suisse
06 16 02 84 42 • aglissa@dunod.com

Également disponible
pour la Terminale



EAN 9782100864195 – Juin 2024

Sommaire

<i>Introduction</i>	vii
<i>Conventions suivies dans ce livre</i>	ix

Polynômes du second degré

<input type="checkbox"/> Fiche 1. Forme canonique	3
<input type="checkbox"/> Fiche 2. Discriminant et racines I	9
<input type="checkbox"/> Fiche 3. Discriminant et racines II	13

Polynômes

<input type="checkbox"/> Fiche 4. Polynômes I	18
<input type="checkbox"/> Fiche 5. Polynômes II	23

Dérivation

<input type="checkbox"/> Fiche 6. Dérivation I	28
<input type="checkbox"/> Fiche 7. Dérivation II	33
<input type="checkbox"/> Fiche 8. Dérivation III	40

Fonction exponentielle

<input type="checkbox"/> Fiche 9. Généralités sur l'exponentielle I	46
<input type="checkbox"/> Fiche 10. Généralités sur l'exponentielle II	51
<input type="checkbox"/> Fiche 11. Dérivation et exponentielle I	55
<input type="checkbox"/> Fiche 12. Dérivation et exponentielle II	61

Suites

<input type="checkbox"/> Fiche 13. Généralités sur les suites	66
<input type="checkbox"/> Fiche 14. Suites arithmétiques	70
<input type="checkbox"/> Fiche 15. Suites géométriques	74
<input type="checkbox"/> Fiche 16. Calcul de sommes I	78
<input type="checkbox"/> Fiche 17. Calcul de sommes II	83
<input type="checkbox"/> Fiche 18. Calcul de produits	89

Probabilités

- Fiche 19. Probabilités 93

Géométrie et vecteurs

- Fiche 20. Droites du plan..... 100
- Fiche 21. Généralités sur les vecteurs 106
- Fiche 22. Coordonnées des vecteurs..... 114

Trigonométrie

- Fiche 23. Fonctions trigonométriques I..... 122
- Fiche 24. Fonctions trigonométriques II..... 126

Produit scalaire

- Fiche 25. Produit scalaire I..... 132
- Fiche 26. Produit scalaire II..... 136

Logique et théorie des ensembles

- Fiche 27. Logique 144
 - Fiche 28. Théorie des ensembles 149
-

Forme canonique

Quelques calculs généraux pour commencer

Calcul 1.1



Développer et réduire les expressions suivantes.

a) $(2x + 3)^2$

d) $(-\sqrt{3}t - \sqrt{15})^2$

b) $(3y - 4)^2$

e) $\left(\frac{3}{2}z + 2\right)^2$

c) $(-u + \sqrt{7})^2$

f) $\left(\frac{2}{5}v - \frac{2}{3}\right)^2$

Calcul 1.2 — Quelques factorisations.



Factoriser les expressions suivantes.

a) $x^2 - 25$

d) $u^2 + 6u + 9$

b) $4t^2 - 9$

e) $9v^2 - 12v + 4$

c) $\frac{2}{9}y^2 - \frac{4}{5}$

f) $2z^2 + 10\sqrt{2}z + 25$..

Calcul 1.3 — Quelques équations.



Résoudre les équations suivantes.

On donnera dans chaque cas l'ensemble des solutions.

a) $x^2 = 0$

d) $(-\sqrt{3}y + \sqrt{6})^2 = 0$

b) $z^2 = 17$

e) $2u^2 - 10 = 0$

c) $(2t + 10)^2 = 0$

f) $-\frac{3}{4}v^2 + \frac{4}{15} = 0$

Changements de forme

Calcul 1.4 — De la forme canonique à la forme développée.



Développer et réduire :

- | | | | |
|----------------------------------|----------------------|-----------------------------------------------------------------------------|----------------------|
| a) $(X - 3)^2 + 7$ | <input type="text"/> | d) $\sqrt{3}(2X - 1)^2 - 2\sqrt{3}$... | <input type="text"/> |
| b) $2(X + 3)^2 - 5$ | <input type="text"/> | e) $\frac{3}{4}\left(X + \frac{1}{2}\right)^2 + 1$ | <input type="text"/> |
| c) $-(X + \sqrt{2})^2 + 6$ | <input type="text"/> | f) $\frac{5}{2}\left(-\frac{1}{3}X - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{2}{9}$.. | <input type="text"/> |

Calcul 1.5 — Formes canoniques (I).



Mettre les polynômes suivants sous forme canonique, c'est-à-dire sous la forme $a(X - \alpha)^2 + \beta$.

- | | |
|-------------------------|----------------------|
| a) $X^2 + 2X + 2$ | <input type="text"/> |
| b) $X^2 + 4X - 1$ | <input type="text"/> |

Calcul 1.6 — Formes canoniques (II).



Mettre les polynômes suivants sous forme canonique, c'est-à-dire sous la forme $a(X - \alpha)^2 + \beta$.

- | | | | |
|--------------------------|----------------------|----------------------------|----------------------|
| a) $-X^2 + 4X - 5$ | <input type="text"/> | c) $-9X^2 + 36X + 4$ | <input type="text"/> |
| b) $4X^2 - 8X - 3$ | <input type="text"/> | d) $-2X^2 - 20X - 17$ | <input type="text"/> |

Calcul 1.7 — Formes canoniques (III).



Mettre les polynômes suivants sous forme canonique, c'est-à-dire sous la forme $a(X - \alpha)^2 + \beta$.

- | | | | |
|--------------------------------------------|----------------------|------------------------------------------------------|----------------------|
| a) $X^2 + 3X + \frac{1}{4}$ | <input type="text"/> | d) $-\frac{9}{8}X^2 - \frac{1}{2}X - 4$.. | <input type="text"/> |
| b) $\frac{1}{4}X^2 + X - 1$ | <input type="text"/> | e) $\frac{1}{2}X^2 + \frac{2}{3}X + \frac{3}{4}$.. | <input type="text"/> |
| c) $\frac{2}{9}X^2 + 8X + \frac{1}{7}$... | <input type="text"/> | f) $-\frac{4}{5}X^2 - \frac{5}{6}X - \frac{6}{7}$.. | <input type="text"/> |

Calcul 1.8 — Formes canoniques à paramètre (I).



Soit $\lambda \in \mathbb{R}^*$. Mettre les polynômes suivants sous forme canonique, c'est-à-dire sous la forme $a(X - \alpha)^2 + \beta$.

a) $X^2 + 3X + \lambda$

b) $\frac{1}{4}X^2 + \lambda X - 2$

c) $\lambda X^2 + 8X + 5$

Calcul 1.9 — Formes canoniques à paramètre (II).



Soit $\lambda \in \mathbb{R}^*$. Mettre les polynômes suivants sous forme canonique, c'est-à-dire sous la forme $a(X - \alpha)^2 + \beta$.

a) $-3X^2 - \lambda X + 2$

c) $-\frac{4}{5}X^2 - \frac{5}{6}\lambda X$

b) $\frac{1}{2}X^2 + \frac{2\lambda}{3}X + \frac{3\lambda}{4}$

Des représentations graphiques

Calcul 1.10

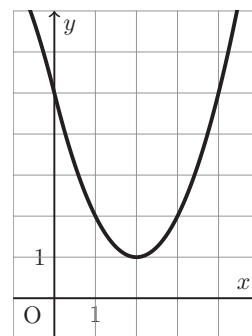


Voici la courbe représentative d'un polynôme du second degré.

Quelle est sa forme canonique ?

- (a) $(X + 2)^2 - 1$
- (b) $(X - 2)^2 - 1$
- (c) $(X + 2)^2 + 1$
- (d) $(X - 2)^2 + 1$

.....



Calcul 1.11

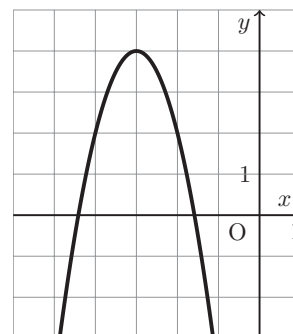


Voici la courbe représentative d'un polynôme du second degré.

Quelle est sa forme canonique ?

- (a) $-2(X + 3)^2 - 4$
- (b) $-2(X - 3)^2 - 4$
- (c) $-2(X + 3)^2 + 4$
- (d) $-2(X - 3)^2 + 4$

.....



Calcul 1.12



On considère la fonction f définie par $f(x) = 3x^2 + 4x - 2$ pour $x \in \mathbb{R}$.

Après avoir calculé sa forme canonique, déterminer quelle est sa représentation graphique.

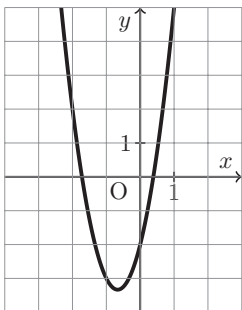


figure 1

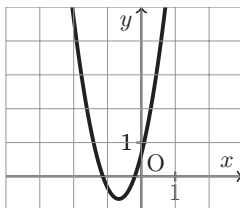


figure 2

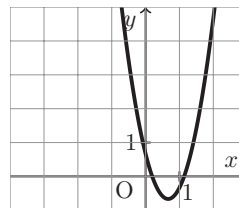


figure 3

Quelle est sa représentation graphique ?

(a) figure 1

(b) figure 2

(c) figure 3

.....

Calcul 1.13



On considère la fonction g définie par $g(t) = -\frac{1}{2}t^2 + t - 1$ pour $t \in \mathbb{R}$.

Après avoir calculé sa forme canonique, déterminer quelle est sa représentation graphique.

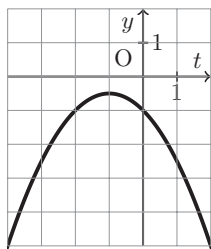


figure 1

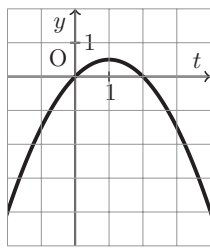


figure 2

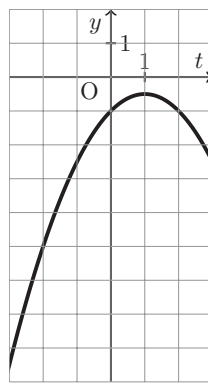


figure 3

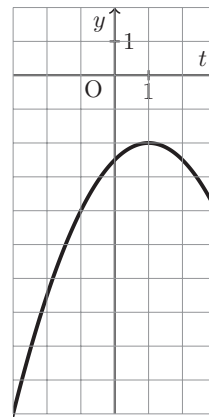


figure 4

Quelle est sa représentation graphique ?

(a) figure 1

(b) figure 2

(c) figure 3

(d) figure 4

.....

Calculs plus avancés

Calcul 1.14 — Forme canonique et inégalités.



Dans chacun des cas, déterminer si la proposition est « vraie » ou « fausse » à l'aide de la forme canonique d'un polynôme du second degré.

a) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \geq \frac{1}{2}$

c) $\forall z \in \mathbb{R}, 3z + z^2 < 2z^2 - 4$..

b) $\forall t \in \mathbb{R}, t^2 + 3t > -1$

d) $\forall v \in \mathbb{R}, \frac{4}{49}v^2 + \frac{61}{9} \geq \frac{20}{21}v$..

Calcul 1.15 — Forme canonique et équations de cercles.



Dans chacun des cas, reconnaître le cercle défini par l'équation cartésienne donnée.

On donnera son centre Ω et son rayon r .

a) $x^2 - 2x + y^2 + 4y + 1 = 0$

b) $x^2 + y^2 + 6x - 10y + 18 = 0$

c) $x^2 + y^2 - x - \frac{2}{3}y = \frac{23}{36}$

d) $x^2 + y^2 + \frac{5}{2}x + \frac{8}{3}y = -\frac{193}{144}$

Réponses mélangées

$$\begin{array}{l}
 -2(X+5)^2 + 33 \quad -\frac{4}{5}\left(X + \frac{25}{48}\lambda\right)^2 + \frac{125}{576}\lambda^2 \quad \Omega = (1, -2) \text{ et } r = 2 \quad \text{vraie} \\
 \left(\frac{\sqrt{2}}{3}y - \frac{2}{\sqrt{5}}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{3}y + \frac{2}{\sqrt{5}}\right) \quad 9y^2 - 24y + 16 \quad (u+3)^2 \quad \frac{2}{9}(X+18)^2 - \frac{503}{7} \quad \{-5\} \\
 (2t-3)(2t+3) \quad \Omega = \left(-\frac{5}{4}, -\frac{4}{3}\right) \text{ et } r = \sqrt{2} \quad \{\sqrt{2}\} \quad u^2 - 2\sqrt{7}u + 7 \quad \text{vraie} \\
 X^2 - 6X + 16 \quad \Omega = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right) \text{ et } r = 1 \quad -\frac{4}{5}\left(X + \frac{25}{48}\right)^2 - \frac{2}{4} \frac{581}{032} \quad \left(X + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + \lambda \\
 \lambda\left(X + \frac{4}{\lambda}\right)^2 - \frac{16}{\lambda} + 5 \quad \frac{1}{2}\left(X + \frac{2\lambda}{3}\right)^2 - \frac{2\lambda^2}{9} + \frac{3\lambda}{4} \quad (X+1)^2 + 1 \quad -\frac{9}{8}\left(X + \frac{2}{9}\right)^2 - \frac{71}{18} \\
 \{0\} \quad -X^2 - 2\sqrt{2}X + 4 \quad \frac{1}{2}\left(X + \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{19}{36} \quad \frac{9}{4}z^2 + 6z + 4 \quad -3\left(X + \frac{\lambda}{6}\right)^2 + \frac{\lambda^2}{12} + 2 \\
 \frac{4}{25}v^2 - \frac{8}{15}v + \frac{4}{9} \quad 2X^2 + 12X + 13 \quad (X+2)^2 - 5 \quad \textcircled{c} \quad \{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\} \quad \text{fausse} \\
 -9(X-2)^2 + 40 \quad 3t^2 + 6\sqrt{5}t + 15 \quad \textcircled{d} \quad \left\{-\frac{4\sqrt{5}}{15}, \frac{4\sqrt{5}}{15}\right\} \quad \frac{1}{4}(X+2)^2 - 2 \\
 (x-5)(x+5) \quad 4x^2 + 12x + 9 \quad (3v-2)^2 \quad 4(X-1)^2 - 7 \quad \textcircled{a} \quad \frac{5}{18}X^2 + \frac{10}{9}X + \frac{8}{9} \\
 \frac{3}{4}X^2 + \frac{3}{4}X + \frac{19}{16} \quad \Omega = (-3, 5) \text{ et } r = 4 \quad (\sqrt{2}z+5)^2 \quad \frac{1}{4}(X+2\lambda)^2 - \lambda^2 - 2 \\
 4\sqrt{3}X^2 - 4\sqrt{3}X - \sqrt{3} \quad \{-\sqrt{17}, \sqrt{17}\} \quad \textcircled{c} \quad \text{fausse} \quad -(X-2)^2 - 1 \quad \left(X + \frac{3}{2}\right)^2 - 2
 \end{array}$$

Fiche n° 1. Forme canonique

Réponses

- 1.1 a) $4x^2 + 12x + 9$
- 1.1 b) $9y^2 - 24y + 16$
- 1.1 c) $u^2 - 2\sqrt{7}u + 7$
- 1.1 d) $3t^2 + 6\sqrt{5}t + 15$
- 1.1 e) $\frac{9}{4}z^2 + 6z + 4$
- 1.1 f) $\frac{4}{25}v^2 - \frac{8}{15}v + \frac{4}{9}$
- 1.2 a) $(x - 5)(x + 5)$
- 1.2 b) $(2t - 3)(2t + 3)$
- 1.2 c) $\left(\frac{\sqrt{2}}{3}y - \frac{2}{\sqrt{5}}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{3}y + \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$
- 1.2 d) $(u + 3)^2$
- 1.2 e) $(3v - 2)^2$
- 1.2 f) $(\sqrt{2}z + 5)^2$
- 1.3 a) $\{0\}$
- 1.3 b) $\{-\sqrt{17}, \sqrt{17}\}$
- 1.3 c) $\{-5\}$
- 1.3 d) $\{\sqrt{2}\}$
- 1.3 e) $\{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$
- 1.3 f) $\left\{-\frac{4\sqrt{5}}{15}, \frac{4\sqrt{5}}{15}\right\}$
- 1.4 a) $X^2 - 6X + 16$
- 1.4 b) $2X^2 + 12X + 13$
- 1.4 c) $-X^2 - 2\sqrt{2}X + 4$
- 1.4 d) $4\sqrt{3}X^2 - 4\sqrt{3}X - \sqrt{3}$
- 1.4 e) $\frac{3}{4}X^2 + \frac{3}{4}X + \frac{19}{16}$
- 1.4 f) $\frac{5}{18}X^2 + \frac{10}{9}X + \frac{8}{9}$
- 1.5 a) $(X + 1)^2 + 1$
- 1.5 b) $(X + 2)^2 - 5$
- 1.6 a) $-(X - 2)^2 - 1$
- 1.6 b) $4(X - 1)^2 - 7$
- 1.6 c) $-9(X - 2)^2 + 40$
- 1.6 d) $-2(X + 5)^2 + 33$
- 1.7 a) $\left(X + \frac{3}{2}\right)^2 - 2$
- 1.7 b) $\frac{1}{4}(X + 2)^2 - 2$
- 1.7 c) $\frac{2}{9}(X + 18)^2 - \frac{503}{7}$
- 1.7 d) $-\frac{9}{8}\left(X + \frac{2}{9}\right)^2 - \frac{71}{18}$
- 1.7 e) $\frac{1}{2}\left(X + \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{19}{36}$
- 1.7 f) $-\frac{4}{5}\left(X + \frac{25}{48}\right)^2 - \frac{2\,581}{4\,032}$
- 1.8 a) $\left(X + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + \lambda$
- 1.8 b) $\frac{1}{4}(X + 2\lambda)^2 - \lambda^2 - 2$
- 1.8 c) $\lambda\left(X + \frac{4}{\lambda}\right)^2 - \frac{16}{\lambda} + 5$

- 1.9 a) $-3\left(X + \frac{\lambda}{6}\right)^2 + \frac{\lambda^2}{12} + 2$ 1.14 a) vraie
- 1.9 b) $\frac{1}{2}\left(X + \frac{2\lambda}{3}\right)^2 - \frac{2\lambda^2}{9} + \frac{3\lambda}{4}$ 1.14 b) fausse
- 1.9 c) $-\frac{4}{5}\left(X + \frac{25}{48}\lambda\right)^2 + \frac{125}{576}\lambda^2$ 1.14 c) fausse
- 1.10 \textcircled{d} 1.14 d) vraie
- 1.11 \textcircled{c} 1.15 a) $\Omega = (1, -2)$ et $r = 2$
- 1.12 \textcircled{a} 1.15 b) $\Omega = (-3, 5)$ et $r = 4$
- 1.13 \textcircled{c} 1.15 c) $\Omega = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$ et $r = 1$
- 1.15 d) $\Omega = \left(-\frac{5}{4}, -\frac{4}{3}\right)$ et $r = \sqrt{2}$

Corrigés

1.1 a) On a $(2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$.

1.1 b) On a $(3y - 4)^2 = (3y)^2 - 2 \times 3y \times 4 + 4^2 = 9y^2 - 24y + 16$.

1.1 c) On a $(-u + \sqrt{7})^2 = (-u)^2 + 2 \times (-u) \times \sqrt{7} + (\sqrt{7})^2 = u^2 - 2\sqrt{7}u + 7$.

1.1 d) On a $(-\sqrt{3}t - \sqrt{15})^2 = (-\sqrt{3}t)^2 - 2 \times (-\sqrt{3}t) \times \sqrt{15} + (\sqrt{15})^2 = 3t^2 + 6\sqrt{5}t + 15$.

1.1 e) On a $\left(\frac{3}{2}z + 2\right)^2 = \left(\frac{3}{2}z\right)^2 + 2 \times \frac{3}{2}z \times 2 + 2^2 = \frac{9}{4}z^2 + 6z + 4$.

1.1 f) On a $\left(\frac{2}{5}v - \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}v\right)^2 - 2 \times \frac{2}{5}v \times \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{25}v^2 - \frac{8}{15}v + \frac{4}{9}$.

1.2 b) On a $4t^2 - 9 = (2t)^2 - 3^2 = (2t - 3)(2t + 3)$.

1.2 c) On a $\frac{2}{9}y^2 - \frac{4}{5} = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}y\right)^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}y - \frac{2}{\sqrt{5}}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{3}y + \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$.

1.2 d) On a $u^2 + 6u + 9 = u^2 + 2 \times u \times 3 + 3^2 = (u + 3)^2$.

1.2 e) On a $9v^2 - 12v + 4 = (3v)^2 - 2 \times 3v \times 2 + 2^2 = (3v - 2)^2$.

1.2 f) On a $2z^2 + 10\sqrt{2}z + 25 = (\sqrt{2}z)^2 + 2 \times \sqrt{2}z \times 5 + 5^2 = (\sqrt{2}z + 5)^2$.

1.3 a) On a $x^2 = 0 \iff x = 0$.

1.3 b) On a $x^2 = 17 \iff x = -\sqrt{17}$ ou $x = \sqrt{17}$.

1.3 c) On a $(2t + 10)^2 = 0 \iff 2t + 10 = 0 \iff 2t = -10 \iff t = -5$.

1.3 d) On a $(-\sqrt{3}y + \sqrt{6})^2 = 0 \iff -\sqrt{3}y + \sqrt{6} = 0 \iff -\sqrt{3}y = -\sqrt{6} \iff y = \sqrt{2}$.

1.3 e) On a $2u^2 - 10 = 0 \iff 2u^2 = 10 \iff u^2 = 5 \iff u = -\sqrt{5}$ ou $u = \sqrt{5}$.

1.3 f) On a $-\frac{3}{4}v^2 + \frac{4}{15} = 0 \iff -\frac{3}{4}v^2 = -\frac{4}{15} \iff v^2 = \frac{16}{45} \iff v = -\frac{4}{3\sqrt{5}}$ ou $v = \frac{4}{3\sqrt{5}}$.

1.4 a) On a $(X - 3)^2 + 7 = X^2 - 6X + 9 + 7 = X^2 - 6X + 16$.

1.4 b) On a $2(X + 3)^2 - 5 = 2(X^2 + 6X + 9) - 5 = 2X^2 + 12X + 13$.

1.4 c) On a $-(X + \sqrt{2})^2 + 6 = -(X^2 + 2\sqrt{2}X + 2) + 6 = -X^2 - 2\sqrt{2}X + 4$.

1.4 d) On a $\sqrt{3}(2X - 1)^2 - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}(4X^2 - 4X + 1) - 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}X^2 - 4\sqrt{3}X - \sqrt{3}$.

1.4 e) On a $\frac{3}{4}\left(X + \frac{1}{2}\right)^2 + 1 = \frac{3}{4}\left(X^2 + X + \frac{1}{4}\right) + 1 = \frac{3}{4}X^2 + \frac{3}{4}X + \frac{19}{16}$.

1.4 f) On a $\frac{5}{2}\left(-\frac{1}{3}X - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{2}{9} = \frac{5}{2}\left(\frac{1}{9}X^2 + \frac{4}{9}X + \frac{4}{9}\right) - \frac{2}{9} = \frac{5}{18}X^2 + \frac{10}{9}X + \frac{8}{9}$.

1.5 a) On a $X^2 + 2X + 2 = X^2 + 2X + 1 + 1 = (X + 1)^2 + 1$.

1.5 b) On a $X^2 + 4X - 1 = (X + 2)^2 - 4 - 1 = (X + 2)^2 - 5$.

1.6 a) On a $-X^2 + 4X - 5 = -(X^2 - 4X) - 5 = -(X - 2)^2 + 4 - 5 = -(X - 2)^2 - 1$.

1.6 b) On a $4X^2 - 8X - 3 = 4(X^2 - 2X) - 3 = 4(X - 1)^2 - 4 - 3 = 4(X - 1)^2 - 7$.

1.6 c) On a $-9X^2 + 36X + 4 = -9(X^2 - 4X) + 4 = -9(X - 2)^2 + 36 + 4 = -9(X - 2)^2 + 40$.

1.6 d) On a $-2X^2 - 20X - 17 = -2(X^2 + 10X) - 17 = -2(X + 5)^2 + 50 - 17 = -2(X + 5)^2 + 33$.

1.7 a) On a $X^2 + 3X + \frac{1}{4} = X^2 + 2 \times \frac{3}{2}X + \frac{1}{4} = \left(X + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + \frac{1}{4} = \left(X + \frac{3}{2}\right)^2 - 2$.

1.7 b) On a $\frac{1}{4}X^2 + X - 1 = \frac{1}{4}(X^2 + 4X) - 1 = \frac{1}{4}(X + 2)^2 - 1 - 1 = \frac{1}{4}(X + 2)^2 - 2$.

1.7 c) On a $\frac{2}{9}X^2 + 8X + \frac{1}{7} = \frac{2}{9}(X^2 + 36X) + \frac{1}{7} = \frac{2}{9}(X + 18)^2 - 72 + \frac{1}{7} = \frac{2}{9}(X + 18)^2 - \frac{503}{7}$.

1.7 d) On a $-\frac{9}{8}X^2 - \frac{1}{2}X - 4 = -\frac{9}{8}\left(X^2 + \frac{4}{9}X\right) - 4 = -\frac{9}{8}\left(X + \frac{2}{9}\right)^2 + \frac{1}{18} - 4 = -\frac{9}{8}\left(X + \frac{2}{9}\right)^2 - \frac{71}{18}$.

1.7 e) On a $\frac{1}{2}X^2 + \frac{2}{3}X + \frac{3}{4} = \frac{1}{2}\left(X^2 + \frac{4}{3}X\right) + \frac{3}{4} = \frac{1}{2}\left(X + \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{2}{9} + \frac{3}{4} = \frac{1}{2}\left(X + \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{19}{36}$.

1.7 f) On a $-\frac{4}{5}X^2 - \frac{5}{6}X - \frac{6}{7} = -\frac{4}{5}\left(X^2 + \frac{25}{24}X\right) - \frac{6}{7} = -\frac{4}{5}\left(X + \frac{25}{48}\right)^2 + \frac{125}{576} - \frac{6}{7}$. On obtient

$$-\frac{4}{5}\left(X + \frac{25}{48}\right)^2 - \frac{2\,581}{4\,032}$$
.

1.8 a) On a $X^2 + 3X + \lambda = \left(X + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + \lambda$.

1.8 b) On a $\frac{1}{4}X^2 + \lambda X - 2 = \frac{1}{4}(X^2 + 4\lambda X) - 2 = \frac{1}{4}(X + 2\lambda)^2 - \lambda^2 - 2$.

1.8 c) On a $\lambda X^2 + 8X + 5 = \lambda\left(X^2 + \frac{8X}{\lambda}\right) + 5 = \lambda\left(X + \frac{4}{\lambda}\right)^2 - \frac{16}{\lambda} + 5$.

1.9 a) On a $-3X^2 - \lambda X + 2 = -3\left(X^2 + \frac{\lambda}{3}X\right) + 2 = -3\left(X + \frac{\lambda}{6}\right)^2 + \frac{\lambda^2}{12} + 2$.

1.9 b) On a $\frac{1}{2}X^2 + \frac{2\lambda}{3}X + \frac{3\lambda}{4} = \frac{1}{2}\left(X^2 + \frac{4\lambda}{3}X\right) + \frac{3\lambda}{4} = \frac{1}{2}\left(X + \frac{2\lambda}{3}\right)^2 - \frac{2\lambda^2}{9} + \frac{3\lambda}{4}$.

1.9 c) On a $-\frac{4}{5}X^2 - \frac{5}{6}\lambda X = -\frac{4}{5}\left(X^2 + \frac{25}{24}\lambda X\right) = -\frac{4}{5}\left(X + \frac{25}{48}\lambda\right)^2 + \frac{125}{576}\lambda^2$.

1.10 Le sommet de la parabole a pour coordonnées (α, β) , qui sont les « paramètres » de la forme canonique. Sur le graphique, on peut lire que le sommet a pour coordonnées $(2, 1)$. Ainsi, seule la réponse **(d)** peut convenir.

1.11 Ici, le sommet a pour coordonnées $(-3, 4)$. Ainsi, seule la réponse **(c)** peut convenir.

1.12 On a $f(x) = 3x^2 + 4x - 2 = 3\left(x^2 + \frac{4}{3}x\right) - 2 = 3\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{4}{3} - 2 = 3\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{10}{3}$.

Ainsi, la parabole a pour sommet le point de coordonnées $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{10}{3}\right)$. La bonne réponse est donc **(a)**.

1.13 On a $g(t) = -\frac{1}{2}t^2 + t - 1 = -\frac{1}{2}(t^2 - 2t) - 1 = -\frac{1}{2}(t - 1)^2 + \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}(t - 1)^2 - \frac{1}{2}$.

Ainsi, la parabole a donc pour sommet le point de coordonnées $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$. La bonne réponse est donc **(c)**.

1.14 a) Soit $x \in \mathbb{R}$. On a les équivalences

$$x^2 + x + 1 \geq \frac{1}{2} \iff \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 \geq \frac{1}{2} \iff \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \geq 0.$$

Le premier membre est la somme de deux termes positifs, donc l'inégalité est vraie pour tout réel x . La proposition est donc vraie.

1.14 b) Soit $t \in \mathbb{R}$. On a les équivalences

$$t^2 + 3t > -1 \iff \left(t + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} > -1 \iff \left(t + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} > 0.$$

Cette inégalité est fautive en particulier pour $t = -\frac{3}{2}$. La proposition est donc fautive.

.....

1.14 c) Soit $z \in \mathbb{R}$. On a l'équivalence

$$3z + z^2 < 2z^2 - 4 \iff z^2 - 3z - 4 > 0 \iff \left(z - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} - 4 > 0.$$

Cette proposition est équivalente à $\left(z - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} > 0$.

Cette inégalité est fautive en particulier pour $z = \frac{3}{2}$. La proposition est donc fautive.

.....

1.14 d) Soit $v \in \mathbb{R}$. On a les équivalences

$$\frac{4}{49}v^2 + \frac{61}{9} \geq \frac{20}{21}v \iff \frac{4}{49}\left(v^2 - \frac{35}{3}v\right) + \frac{61}{9} \geq 0 \iff \frac{4}{49}\left(v - \frac{35}{6}\right)^2 - \frac{25}{9} + \frac{61}{9} \geq 0.$$

Cette proposition est équivalente à $\frac{4}{49}\left(v - \frac{35}{6}\right)^2 + 4 \geq 0$.

Le premier membre est la somme de deux termes positifs, donc l'inégalité est vraie pour tout réel v . La proposition est donc vraie.

.....

1.15 a) On a les équivalences

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y + 1 = 0 \iff (x - 1)^2 - 1 + (y + 2)^2 - 4 + 1 = 0 \iff (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2^2.$$

On reconnaît le cercle de centre le point de coordonnées $(1, -2)$ et de rayon 2.

.....

1.15 b) On a les équivalences

$$x^2 + y^2 + 6x - 10y + 18 = 0 \iff (x + 3)^2 - 9 + (y - 5)^2 - 25 + 18 = 0 \iff (x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 4^2.$$

On reconnaît le cercle de centre le point de coordonnées $(-3, 5)$ et de rayon 4.

.....

1.15 c) On a les équivalences

$$x^2 + y^2 - x - \frac{2}{3}y = \frac{23}{36} \iff \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + \left(y - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{9} = \frac{23}{36} \iff \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{3}\right)^2 = 1^2.$$

On reconnaît le cercle de centre le point de coordonnées $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$ et de rayon 1.

.....

1.15 d) On a les équivalences

$$x^2 + y^2 + \frac{5}{2}x + \frac{8}{3}y = \frac{-193}{144} \iff \left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{25}{16} + \left(y + \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{16}{9} = \frac{-193}{144}.$$

On obtient $\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 + \left(y + \frac{4}{3}\right)^2 = \sqrt{2}^2$.

On reconnaît le cercle de centre le point de coordonnées $\left(-\frac{5}{4}, -\frac{4}{3}\right)$ et de rayon $\sqrt{2}$.

.....

1^{RE}

MATHS

SPÉCIALITÉ

La réussite aux épreuves de mathématiques passe par une bonne maîtrise des calculs. Conçu à l'intention des **élèves de première qui ambitionnent à terme d'intégrer une classe préparatoire scientifique**, ce cahier de calcul est l'outil idéal pour s'entraîner de manière régulière et intensive.

- Il est conçu pour pouvoir travailler en **totale autonomie**.
- Il propose un entraînement aux **calculs de base** ainsi que sur les thèmes calculatoires du programme de **spécialité maths**.
- Chaque fiche de calcul propose également des **calculs avancés** pour aller plus loin.
- Les **1445 calculs** sont proposés avec leurs **corrigés**.
- Des indications de **temps de résolution** donnent des repères pour l'auto-entraînement.

Conception et coordination
Colas Bardavid

Aide à la coordination
Jérôme Trochon

Les auteurs
Romain Basson
Ménard Bourgade
Van Bien Bui
Carole Chabanier
Geneviève Davion
Hélène Gros
Benjamin Groux
Nicolas Laillet
Blaise Le Meaux
Lionel Magnis
Quang-Thai Ngo
Anthony Olivier
Alan Pellé
Nicolas Popoff



Également disponible pour la Terminale
Spécialité Maths et Maths expertes



DUNOD
une page d'avance