

MANAGEMENT SUP

Laurent PIERANDREI

Risk Management

- ▶ Outils de gestion du risque
- ▶ Illustrations et études de cas
- ▶ Réglementations à jour

2^e édition

DUNOD

À Nina et à Mica.

Mise en page : Belle Page

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du

Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, 2019

11, rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com

ISBN 978-2-10-078875-0

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2^e et 3^e a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

Préfaces	V
Introduction	XI
1 L'évolution du concept de risque	1
SECTION 1 Aux origines du risque	3
SECTION 2 Science et mesures du risque	4
SECTION 3 L'ingénierie du risque	24
2 La gestion du risque en entreprise (ERM)	32
SECTION 1 Référentiels de la gestion du risque	33
SECTION 2 Organisation de la gestion des risques en entreprise	43
SECTION 3 Stratégies de gestion des risques	56
3 Risques stratégique et opérationnel	62
SECTION 1 Présentation des risques stratégique et opérationnel	63
SECTION 2 Maîtrise des risques stratégique et opérationnel	80
4 Risques financiers	109
SECTION 1 Les risques de crédit et de liquidité	111
SECTION 2 Les risques de taux d'intérêt et de change	120

SECTION 3 Les risques actions et matières premières	126
SECTION 4 Contrôle des risques dans le processus de gestion de trésorerie	130
5 Contrôle interne, audit et gestion des risques	135
SECTION 1 La qualité de l'information comme facteur réducteur de risque	137
SECTION 2 Gestion du risque et contrôle interne	143
SECTION 3 Gestion du risque et audit	161
SECTION 4 Impacts des risques sur les états financiers	179
6 Instruments de couverture du risque financier	184
SECTION 1 La couverture du risque de taux d'intérêt	186
SECTION 2 La couverture du risque de change	203
SECTION 3 La couverture du risque de cours de matière première	214
SECTION 4 La couverture du risque de crédit	218
SECTION 5 Insurance Linked Securities (ILS)	224
7 Pratique bancaire du risque	226
SECTION 1 Contrôle des risques dans le système bancaire	227
SECTION 2 La gestion des principaux risques par la banque	233
SECTION 3 La réglementation bancaire : de Bâle 2.5 à Bâle 3	243
8 Assurance et actuariat	253
SECTION 1 Les principes fondamentaux de l'assurance dans son rôle économique et social	255
SECTION 2 Les principes fondamentaux du droit des assurances	272
Annexes	281
ANNEXE 1 Fondamentaux de <i>hedging</i> et mesure du risque financier	281
ANNEXE 2 Rappels mathématiques	299
Bibliographie	314
Index	316

Préfaces

J'aime à dire : « Le risque c'est la vie et la vie c'est risqué ; tout système intéressant hors d'équilibre est sujet à des risques de pertes mais aussi à des opportunités de gains. » Il est donc essentiel de comprendre ce qu'est le risque, pour le gérer, le maîtriser, le contrôler et l'exploiter.

Le livre de Laurent Pierandrei présente une remarquable revue de l'ensemble des dimensions du risque, telles qu'un acteur professionnel devrait les considérer. Le livre bénéficie de la double formation de son auteur, en finance (doctorat en gestion des risques) et en comptabilité (diplôme d'expertise comptable), augmentée d'expériences professionnelles dans les domaines de l'audit et du contrôle interne, de la gestion du risque et de l'ingénierie financière auprès de banques, compagnies d'assurance et entreprises de taille diverses. Cet aspect pratique se révèle tout au long de l'ouvrage, qui est riche d'illustrations et de tableaux présentant des situations concrètes. On perçoit également une curiosité vibrante qui amène l'auteur à jeter des ponts sur des disciplines voisines, comme la psychologie de la décision ou même la diététique (et l'impact de l'hygiène de vie sur la longévité et ses conséquences pour l'économie de l'assurance).

Pour ma part, la qualité la plus attrayante du livre est la synthèse effectuée sur la gestion du risque qui puise à la fois dans les sciences de l'ingénieur, l'économie financière, la science comptable, l'auto-organisation des entreprises et la prise en compte de

l'évolution de la socio-structure des sociétés modernes, et notamment l'impact d'un refus croissant du risque. Le livre de Laurent Pierandrei présente donc une couverture très complète des différentes dimensions du risque auxquelles une firme peut être confrontée dans son activité quotidienne. La force de cet ouvrage réside aussi dans la réunion d'informations somme toute assez techniques et bien mathématisées, accompagnées de leur mise en pratique concrète sous la forme de cas d'espèces et de tableaux Excel, auxquels se rajoutent les aspects légaux et fiscaux, qui ne sont pas à négliger.

À la lecture du livre de Laurent Pierandrei, l'étudiant et le professionnel sortiront avec un excellent bagage leur permettant de pratiquer le Risk Management d'une manière efficace et complète. Mais plus encore, ce sont les ponts sur les problèmes ouverts, les développements en cours qui seront utiles au lecteur dans un processus sans fin d'apprentissage et de perfectionnement. En effet, les approches couvertes ici sont, on le sait bien, encore insuffisantes pour faire face aux grands chocs auxquels la société moderne nous expose, même si elle tend à nous en protéger officiellement. Un problème particulièrement épineux pour les méthodes décrites ici concerne ce qu'on appelle le « risque systémique » qui amène à des perturbations à l'échelle macroscopique. Les crises financières aux États-Unis en 2008 et celle des dettes souveraines en Europe démarrant en 2010 (et toujours non résolues) en sont des exemples récents et pénibles.

Une autre dimension qui me tient particulièrement à cœur concerne les limites de l'approche VaR (*value-at-risk*) et ses dérivés tels qu'exposés dans le livre. Le problème est que les systèmes économiques et financiers sont scandés par des cycles se développant à des échelles pluriannuelles qui rendent douteuse la projection sur le futur de réalisations passées. Quand les banques centrales sont, comme à présent, lancées dans des politiques d'assouplissement monétaire et d'encouragement au crédit sans précédent dans l'histoire, quand les marchés financiers s'envolent de manière décorrélée des fondamentaux et sont clairement poussés par la liquidité exubérante créée par les banques centrales, on peut mettre en doute les projections des risques qui sont basées sur des phases passées plus « normales ». J'ai introduit pour prendre en compte ces phénomènes le concept de TaR (*time-at-risk*), pour souligner que les risques ne sont pas stationnaires. Les développements des méthodologies à mettre en œuvre pour augmenter la VaR par la TaR sont encore balbutiants mais méritent certainement une attention toute particulière.

Une approche que je pense prometteuse représente les grands risques comme des « dragon-rois », des événements spéciaux, qui résultent de mécanismes particuliers amplificateurs, à la suite d'excès comme les bulles financières ou les krachs. Ces mécanismes sont pour la plupart de nature endogène, alimentés par des effets de boucles de rétroaction positive (feedback positif).

Les actions défensives et offensives à mener pour se prémunir et exploiter ces dragon-rois incluent l'étude de l'histoire comparative que je conçois comme une révolution de la discipline à plonger dans la théorie des systèmes dynamiques. Il faut aussi s'imbibber de la vérité que les crises et les grands risques constituent la norme

plutôt que l'exception. Il est nécessaire de s'ouvrir à la compréhension des mécanismes sous-jacents et notamment de reconnaître les processus de feedbacks positifs trop souvent négligés. Il s'en déduit que les diagnostics des risques doivent s'élaborer selon une hiérarchie bien comprise, du proximal vers le fondamental et systémique. Les signes avant-coureurs peuvent être souvent détectés pour ceux qui savent écouter et regarder les signaux faibles augmentant progressivement à l'approche de la crise. Les mesures préventives et défensives incluent de tenter de se découpler au maximum et de diversifier pour éviter d'être entraîné dans le tsunami, tout cela dans le cadre d'une approche dynamique adaptative.

Et finalement, une gestion du risque bien faite doit trouver ses fondements dans le principe du respect et du service vis-à-vis des clients et de la lutte contre les conflits d'intérêt. C'est l'homme qui est au centre du processus et c'est sa faillibilité et ses biais cognitifs qui contrôlent tout. On en revient au travail sur la résilience personnelle et individuelle pour construire les briques de celle au niveau de la firme et de la société.

Dans ce contexte élargi, le livre de Laurent Pierandrei constitue une base très solide et intéressante pour attaquer ces questions, et je parie que son auteur sera présent pour présenter avec verve et pertinence les développements en cours que j'ai effleurés.

Didier Sornette

Professeur de risques entrepreneuriaux
et associé au département de physique et au département
des sciences de la Terre
à l'École polytechnique fédérale de Zurich
Professeur de finance au Swiss Finance Institute

Le risque est consubstantiel à l'activité humaine. Dès que le premier homme a fait le choix d'adopter la station debout, il a pris un risque, celui de chanceler et de tomber, puis celui d'être plus visible des prédateurs qui l'entouraient. Mais il a saisi également une formidable opportunité, celle de pouvoir cueillir les fruits qui n'étaient pas à sa portée jusqu'alors et par là même de se donner plus de chances de survie. Rien d'étonnant donc que la préoccupation du risque accompagne toute activité humaine, et ce d'autant plus que la société des hommes se sophistique et que la création et l'innovation s'accroissent. L'ouvrage de Laurent Pierandrei, *Risk Management*, explique très bien cette réflexion et cette évolution de la prise en compte du risque dans l'histoire de l'humanité.

À partir du moment où le risque est au cœur de l'activité humaine, il est naturel de le retrouver dans la gestion des agents économiques et notamment des entreprises, des banques et des compagnies d'assurances. On ne le dira jamais assez : la gestion du risque, que ce soit dans une entreprise de production, de commercialisation, de distribution, dans un établissement financier ou d'assurance, est l'affaire de tous ! Le premier gestionnaire de risque, dans l'entreprise, est l'opérationnel, ensuite les fonctions support et enfin la direction générale et les organes dirigeants, conseil d'administration et en son sein le comité d'audit. Chaque responsable métier doit gérer son risque et dispose de techniques très variées et adaptées à son métier. Il en est ainsi pour les ingénieurs de process mais aussi pour les différents métiers de la finance. Dans ce livre très documenté, Laurent Pierandrei nous démontre excellemment que lorsque le trésorier d'entreprise souscrit une option de change, il réalise une opération de transfert de risque au même titre que le responsable d'assurance qui souscrit une police dommage-perte d'exploitation pour couvrir le bris de machine.

Mais le rôle du risk manager se distingue des autres acteurs de l'entreprise en ce sens qu'il a une fonction transverse. Sa mission consiste à fédérer l'ensemble des risques et des acteurs gestionnaires et porteurs de leurs risques de manière à pouvoir communiquer aux dirigeants, décisionnaires et actionnaires une vision globale des risques de l'entreprise. Son rôle ne consiste pas seulement à dresser une simple

cartographie des risques mais à identifier les propriétaires de risque et à suivre les plans d'action pour gérer les risques en question. Toute la richesse et l'apport du Risk Management sont là : donner les moyens à l'entreprise de gagner en compétitivité grâce à un traitement éclairé de ses risques. L'entreprise est faite pour prendre des risques. Le risque est lié à son développement, que ce soit sur de nouveaux produits, sur de nouveaux marchés ou de nouveaux territoires. Le risk manager est là pour l'aider à prendre des risques maîtrisés. La gestion des risques permet de déboucher sur de formidables opportunités. C'est pourquoi elle concerne toutes les entreprises quelle que soit leur taille. Autrefois réservé aux grands groupes, le Risk Management est aujourd'hui de plus en plus pris en compte par les entreprises de taille intermédiaire.

Dans un monde de plus en plus globalisé où toute action a un effet direct ou indirect sur l'ensemble des acteurs d'une chaîne qui traverse le monde, l'entreprise de taille intermédiaire est impactée directement par des décisions prises par elle ou par d'autres sur son activité et son avenir. C'est la raison pour laquelle nous croyons fermement, à l'AMRAE, que l'activité de Risk Management continuera à se développer et à prendre une place essentielle dans les organisations des entreprises. Dans une société qui a compris que le risque zéro n'existe pas mais dont l'appétence au risque est inversement proportionnelle à son degré de développement, le risk manager donne les moyens aux responsables de poursuivre leurs objectifs.

L'intérêt de cet ouvrage est de démontrer que ces moyens existent.

Gilbert Canameras

Ancien président de l'AMRAE,
Association pour le management des risques
et des assurances de l'entreprise

Introduction

La prise de conscience des multiples facettes du risque et la difficulté à s'en protéger, à en contrôler les facteurs ou à en tirer profit ont été considérablement approfondies au cours des dernières années. Les risques semblent également avoir évolué de diverses manières, en gravité ou fréquence, par des manifestations cataclysmiques (spectre du risque systémique lors de la crise bancaire des subprimes, accident nucléaire de Fukushima, contagion des conflits régionaux armés), ou par ses apparitions répétées, à intensité variable, ne semblant déboucher sur aucune solution (attentats terroristes et vides institutionnels, violences dues aux concentrations urbaines et chômage de masse, crise de l'euro réactivée à chaque échéance budgétaire des pays faibles de la zone, pandémies, pollutions ou catastrophes naturelles imputables au réchauffement climatique). Enfin, semblable à un virus en mutation, des facteurs connus de délinquance économique, de violence politique, ou de défaut de contrôle institutionnel, ont fait naître des risques nouveaux, amplifiés par les technologies de l'information, les nouveaux médias ou la concentration du capital : cybercriminalité, atteinte à la réputation, volatilité extrême sur les marchés financiers...

La montée de tous ces risques a rendu bien naïves des utopies comme le risque zéro, ou l'alignement de la distribution d'événements indésirables sur des lois statistiques connues. Elle force également l'offre d'assurance, souvent restée très inférieure à la demande, à se transformer.

En effet, le besoin de sécurité et de protection est paradoxalement en expansion. Portées par une foi indéfectible dans le progrès scientifique et technologique, soutenues par des avancées ininterrompues dans tous les champs de la connaissance, les aspirations à des procédés mieux contrôlés, des mécanismes mieux compris et maîtrisés et des phénomènes mieux expliqués et appréhendables sont devenues des réalités. Et de nombreux projets scientifiques se mettent à rêver d'univers (blancs) dans lesquels la

finitude et le risque pourraient disparaître : médecine régénérative et immortalité, énergie propre perpétuellement renouvelable, généralisation de l'intelligence artificielle au service de (et non contre) l'homme, exploitation de ressources illimitées de l'espace...

N. N. Taleb a magistralement introduit le concept philosophique d'anti-fragilité¹ comme réponse aux événements inattendus (les cygnes noirs), frappant les êtres vivants et nos sociétés. Le système anti-fragile est constitué de sous-systèmes diversifiés qui renforcent l'ensemble et sont éliminés par ces événements du fait d'une volatilité porteuse d'information. Les biologistes observent depuis longtemps ces phénomènes chez les êtres vivants. Ils les ont traduits en concepts de biodiversité, sélection naturelle, mutation, réponse immunitaire (immunité adaptative, anticorps et antigènes), neguentropie et stress.

Aussi intéressante qu'elle soit, la thèse d'anti-fragilité – comme le cygne noir – trouve difficilement des applications en gestion des risques.

Adeptes du principe qu'il vaut mieux laisser faire la nature, elle oublie le caractère intrinsèquement dangereux de la nature. Celle-ci ne se montre pas toujours bonne régulatrice, et peut produire une autodestruction au-delà du nécessaire par excès de prolifération (cellules cancéreuses, contaminations virales, prédation excessive d'espèces dominantes), manifester des états de sauvagerie extrême (violence primaire, cruauté et perversité sans limite), ou se montrer contre-productive à la volonté de conservation (addiction à des substances toxiques, angoisse existentielle aiguë, sadomasochisme, tendances maniaco-dépressives, etc.). Si la vie peut être source d'émerveillement, la souffrance, le traumatisme, l'invalidité et la morbidité ne nous rendent pas plus forts. Tout au plus résilients.

Parce qu'elle est dangereuse, la nature – tout comme l'animal qui habite en l'homme – doit être domestiquée. L'homme l'a bien compris en cherchant à percer les mystères de la nature et à la manipuler avec la technique et la reproduction artificielle, afin d'en extraire le meilleur et en éliminer le nuisible. De même, nos sociétés, qui héritent de ce progrès scientifique de génération en génération, semblent nous éloigner de plus en plus de nos racines, par leurs complexifications et niveaux croissants de sophistication.

Mais c'est surtout dans le domaine des organisations humaines, monde peuplé d'objets matériels fabriqués par l'homme et de règles immatérielles convenues et acceptées par l'homme, qu'aucune théorie ne semble pouvoir expliquer, avec une objectivité raisonnable, pourquoi et comment ceci marche ou ne marche pas.

En effet, la technostrucure qui planifie et exploite de manière fonctionnelle, par un travail humain, mécanique ou automatique, des ressources et des processus établis, semble en permanence en interaction avec une énergie (intelligente) invisible qui produit la mobilisation, la réalisation, l'innovation, l'amélioration, la domination (ou leadership), et la performance.

1. Taleb N. N., *Antifragile*, Penguin book, 2012.

Différentes disciplines vont s'intéresser au risque de manière très féconde. Certaines sont anciennes comme les mathématiques (avec l'invention des probabilités et la formalisation du risque avec les statistiques et le calcul stochastique), l'économie et la finance (VaR, scoring, antisélection, incertitude), la psychologie (perception du risque et biais cognitif) et l'ingénierie technique (qui recherche la mise en œuvre de solutions sous des conditions drastiques de sécurité). D'autres sont plus récentes comme les neurosciences, l'éconophysique¹ (qui cherche à résoudre des problèmes économiques en appliquant des méthodes et théories développées pour expliquer des phénomènes physiques complexes), la cindynique (qui combine les sciences physiques et naturelles avec les sciences humaines pour étudier les risques majeurs), et plus récemment les technologies numériques (qui détectent les signes annonciateurs des risques, déclenchent des alertes et lancent des processus régulateurs pour en atténuer les effets).

L'apport des différentes disciplines à la compréhension du risque a permis de redéfinir les limites propres de chaque paradigme et d'entre-apercevoir les nouvelles frontières de connaissances à explorer. Il n'a cependant pas encore débouché sur une science propre du risque, qui est pourtant devenue nécessaire.

L'entreprise : ses besoins et ses métiers en Risk Management

L'identification des facteurs de risques et la mise en œuvre de leur gestion efficace se sont affirmées comme des préoccupations centrales pour l'entreprise, qui cherche à préserver son capital financier, savoir et réputation.

Bien qu'ancienne dans la banque et l'assurance, la fonction Risk Management est cependant relativement jeune dans l'entreprise.

Le management des risques est la discipline qui s'attache à identifier et à traiter avec méthode les risques auxquels s'expose l'entreprise, quelles que soient la nature ou l'origine de ces risques. Cette gestion s'opère de manière transversale dans l'organisation, en intégrant à la stratégie de l'entreprise les facteurs de risques susceptibles d'affecter les décisions, en évaluant et en couvrant ces risques dans le cadre d'une gestion financière rigoureuse, et en déployant, par la prévention, une veille active ciblant chaque type de risques (politique, juridique, commercial, industriel, social, environnemental, etc.).

L'entreprise a vu émerger au cours des dernières années un cadre de référence qui intègre le Risk Management dans un dispositif de contrôle interne malgré un cloisonnement persistant entre le risque financier, le risque opérationnel et le risque stratégique.

1. En développant des modèles stochastiques dynamiques (modélisation de copules, approches multifractales, modèles de rupture log-périodique et turbulences), l'équipe du ETH Entrepreneurial Risk de Zurich cherche, sous la direction de D. Sornette, à expliquer et prévoir comment les crises financières se forment.

De même, l'émergence de solutions innovantes issues de la digitalisation de l'économie, de la dématérialisation des biens et services, et des technologies de l'information (objets connectés, capteurs et alarmes, Cloud computing, *big data*, analyse sémantique et *data science*) ouvrent de nouvelles voies au traitement des risques, non sans poser de nouveaux problèmes (intrusion dans la vie privée, vulnérabilité accrue des systèmes d'information et cybercriminalité).

En conséquence, et depuis une vingtaine d'années, la gestion des risques n'a cessé de se développer dans toutes les organisations humaines (institutions publiques, banques, assurance, corporate, sociétés de conseil). Elle s'est structurée comme une fonction propre, avec ses comités de surveillance et de pilotage, ses responsables directs et ses procédures et contrôles internes.

Les dernières années ont été fécondes sur le plan institutionnel pour la gestion des risques : publication du cadre de référence de l'AMF, mise à jour de l'ISO 31000 et de COSO 2, accélération des réformes dans les secteurs de la banque (Bâle 3) et de l'assurance (Solvabilité 2).

Tous ces développements confirment la ferme volonté des régulateurs, normalisateurs et autorités de tutelle de donner un cadre cohérent et harmonisé à la gestion des risques.

Le métier de risk manager a également été souvent cité dans les médias spécialisés (presse technique et économique, revues professionnelle, Internet) comme une profession en plein essor.

La discipline de Risk Management est ainsi de plus en plus étudiée en écoles d'ingénieurs, dans les écoles de commerce et les masters des universités de droit, d'économie et de gestion. Afin de répondre à des besoins très spécifiques, le risque a longtemps été enseigné de manière cloisonnée dans des cursus très éloignés : produits dérivés en finance, science actuarielle en assurance, responsabilités en droit, prévention dans la santé, risques technologiques en ingénierie, sécurité en informatique, etc. Les nouvelles formations tendent à avoir une approche plus globale du risque, davantage multidisciplinaire et ouverte sur différentes carrières, afin de répondre au plus près aux aspirations de cursus de formation plus mobiles : ingénieurs attirés par la finance et l'assurance, juristes souhaitant compléter leurs compétences par des connaissances techniques, managers désireux d'approfondir leur compréhension des fondamentaux et modèles mathématiques.

Présentation de l'ouvrage

En utilisant les outils formels des mathématiques et des statistiques, les notions et principes du droit, les méthodes et normes développées dans l'ingénierie du risque et les techniques de gestion du risque élaborées par la finance et l'assurance, cet ouvrage fait l'inventaire de l'état de la science et de l'art dans la discipline du Risk Management.

L'ouvrage se divise en trois parties :

- La première partie est consacrée aux fondamentaux du risque. Elle retrace l'histoire du risque qui a vu prospérer de nombreuses sciences s'efforçant d'approfondir le concept. Si une science unifiée du risque reste toujours à construire, de nombreuses solutions rencontrées dans des domaines très variés (économie, finance, mathématiques, psychologie, ingénierie, technologie de l'information) se sont mises au service de la gestion du risque (chapitre 1).
- Une seconde partie place le risque au centre de l'entreprise. Elle présente, dans un premier temps, le cadre général dans lequel la gestion du risque d'entreprise (Enterprise Risk Management) se déploie, en passant en revue les principaux référentiels (COSO, AMF, Bâle 3 et Solvabilité 2) qui contribuent à l'émergence d'un cadre harmonisé, puis en cherchant à comprendre comment les entreprises organisent leur gestion des risques et alignent leur appétence aux risques sur leurs objectifs stratégiques (chapitre 2). Elle confronte, dans un second temps, l'entreprise au risque stratégique et opérationnel, en présentant ses différentes facettes (informatique, juridique, géopolitique) et les outils (cartographies, maîtrise de criticité, *Key Risk Indicators*) au service du risk manager (chapitre 3). Elle définit ensuite les différents risques financiers (crédit, liquidité, taux d'intérêt et de change, cours d'actions et des matières premières) auxquels l'entreprise est exposée et les mécanismes variés de couverture que celle-ci doit mobiliser afin de protéger ses actifs et résultats, et gérer au mieux sa trésorerie (chapitre 4). Enfin, elle traite des moyens d'autocontrôle efficaces de l'entreprise pour prévenir et corriger tous ces risques et piloter au mieux la performance, en mettant en place un reporting produisant une information de qualité et un dispositif de contrôle interne intégré à la gestion des risques, et en pratiquant des audits réguliers (chapitre 5).
- La dernière partie traite de la gestion du risque par les professionnels du risque. En premier lieu, elle présente l'offre par marchés financiers d'une très grande variété de produits dérivés (forwards, futures, options et swaps) permettant aux entreprises et institutions financières de prendre des positions symétriquement opposées au risque, d'ajuster de manière dynamique et de rendre plus robustes leurs couvertures (chapitre 6). En second lieu, elle présente la banque exposée aux risques opérationnels, de crédit, de marché et de liquidité, ainsi que le dispositif réglementaire prudentiel de Bâle auquel celle-ci est soumise (chapitre 7). Et, pour conclure, elle introduit les principes fondamentaux de droit, d'économie et d'actuariat qui régissent le métier de l'assureur qui accepte le transfert du risque pour la protection d'une mutualité d'assurés (chapitre 8).

L'ouvrage se termine par deux annexes mathématiques. La première annexe expose les principales modélisations mathématiques de mesure du risque. Les modèles d'évaluation d'options et la *value-at-risk* développés pour des applications financières comptent parmi les mesures les plus abouties de quantification du risque

financier, tandis que l'assurance utilise avec profit la loi des extrêmes généralisée et les réseaux bayésiens pour modéliser les risques opérationnels.

Enfin, la seconde annexe est un rappel des lois et formules mathématiques et statistiques les plus utilisées dans la mesure et la gestion des risques.

En vous remerciant par avance de lire ce livre et en vous en souhaitant une bonne lecture.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier M. Gilbert Canaméras, ancien président de l'AMRAE, et M. Didier Sornette, responsable de la chaire Entrepreneurial Risks, du département Management, technology and economics de l'ETH Zurich, pour les préfaces de mon livre.

Mes remerciements vont ensuite à tous ceux et celles qui m'ont fait confiance dans les enseignements qu'ils ont bien voulu me donner au cours de ces dernières années et qui ont grandement contribué à nourrir et enrichir cet ouvrage : Adrienne Jablanczy, directrice de l'Iseg, Thierry Sebah, directeur général de l'ISG, et le laboratoire de recherche de l'ISG, ainsi que toute l'équipe pédagogique du programme ISG PBM de l'école, Patrice-Michel Langlumé, président de l'École supérieure des assurances, Arnaud Thauvron, directeur de l'IAE de l'université Paris-Est Créteil, Christiane Föll, directrice du master CCA à l'université Paris-Sorbonne, Pierre Cardaliaguet, Frédéric Gonand et Isaure Fonlladosa, respectivement responsables de MIDO, Master 218 et Centre d'ingénierie pédagogique de l'université Paris-Dauphine, et à tous mes collègues dont la liste serait trop longue à citer.

Je remercie également mes étudiants qui m'ont beaucoup apporté par leur enthousiasme et leur curiosité.

Enfin, je remercie, Jeanne Delorme et Valérie Briotet, mes éditrices, et les Éditions Dunod qui m'ont encouragé et accompagné dans ce projet jusqu'à son aboutissement.

Chapitre

1

L'évolution du concept de risque

OBJECTIFS

- Approfondir le concept de risque abordé dans différentes disciplines : mathématiques, économie, finance, psychologie et neurosciences.
- Appréhender la nature complexe et chaotique du risque à travers les sciences de l'ingénieur.
- Dégager les réponses de technologies de l'information et des progrès des data sciences en matière de prévention des risques.

SOMMAIRE

SECTION 1 Aux origines du risque

SECTION 2 Science et mesures du risque

SECTION 3 L'ingénierie du risque

Le concept de risque résulte d'une sophistication des théories mathématiques autant que des évolutions philosophiques et sociétales, de l'Antiquité à nos jours. Les différents apports des mathématiques, de l'économie, de la finance et de la psychologie à la notion de risque ont fait évoluer ce concept pluridisciplinaire vers l'ébauche d'une science du risque, qui trouve des applications pratiques dans la gestion du risque.

La perception du risque s'inscrit au plus profond de l'homme comme une manifestation de son instinct de survie. De l'expert en gestion des risques au simple citoyen, chacun ressent la peur et le stress suscités par la menace d'un risque, et la nécessité de mobiliser des ressources et d'élaborer des stratégies pour s'en protéger. L'apparition de risques nouveaux¹, la persistance de l'incertitude inhérente à la prise de décision et à l'action, l'impossibilité de tout contrôler et la pression du coût du risque ont de plus en plus déplacé le champ vers les choix de société dont le but est de réduire le risque à un niveau collectivement acceptable.

L'homme du XXI^e siècle est dans une situation paradoxale : alors que l'univers des risques est en expansion, il aspire à vivre chaque jour dans un monde davantage sécurisé. Plus les sociétés croissent et se développent, du fait des progrès scientifiques, de l'innovation technologique, de la démographie galopante et de la concentration de richesses, plus les risques se multiplient (questions éthiques, cybercriminalité, violences urbaines, bulles financières...) et plus leur impact est important, du fait d'une interdépendance accrue.

En entreprise, la gestion des risques est devenue un leitmotiv. Les *corporates* ont structuré cette fonction : 30 % disposent d'un chief risk officer et 70 % se sont dotées d'un département Risk Management. Ces multinationales sont en effet davantage exposées aux risques de change et géopolitique, notamment.

L'explosion des marchés de produits dérivés incarne bien cette montée en puissance de la gestion des risques. La Banque des règlements internationaux estime qu'ils étaient en 2017 (malgré un fléchissement amorcé en 2014) à un niveau toujours élevé de 520 000 milliards de dollars, contre 197 000 milliards en 2003, soit plus de 10 fois le PIB mondial. En dépit des coûts additionnels, les *corporates* ont de plus en plus besoin d'instruments de couverture des risques, tandis que les gestionnaires d'actifs recherchent des protections renforcées contre les fluctuations de marchés de manière à limiter les rotations de portefeuilles. Les banques profitent doublement de ces instruments financiers en créant et en commercialisant des produits à forte marge et en les utilisant de façon à couvrir leurs propres positions.

1. Environnementaux (réchauffement climatique, pollution, tsunamis...), sanitaires (vache folle, grippe aviaire, radioactivité...), géopolitiques (terrorisme et mafias, conflits régionaux, mondialisation), crises économiques et sociales (violences urbaines, faillites bancaires, mur de la dette, chômage de masse et déclassément...).

Section 1 AUX ORIGINES DU RISQUE

1 L'histoire du risque

L'histoire nous apprend que la pratique du risque aurait existé bien avant que le concept ne soit défini de manière linguistique ou mathématique. Les historiens ont retrouvé, sous forme de prêts garantissant les transports de marchandises par voie terrestre ou maritime, des traces de prédiction et gestion des risques en Mésopotamie au IV^e siècle avant J.-C., ainsi que des preuves de pratiques assurantielles visant à lutter contre les désastres naturels en Chine au V^e siècle avant J.-C. Dans l'Antiquité, Grecs et Romains ont développé l'assurance maritime (prêt à la grosse aventure) et l'assurance à la personne (santé et vie) de manière corporatiste, à l'attention des légionnaires ou des tailleurs de pierre.

Il faut néanmoins attendre la fin du Moyen Âge et la découverte des probabilités pour que le risque se calcule et s'affranchisse de la notion de destin¹.

Tableau 1.1 – Une brève histoire du risque

Période	Concepts	Outils	Gestion
De l'Antiquité à la Renaissance	Polythéisme, monothéisme	Destin	Formes embryonnaires d'assurance
Des Lumières à la seconde guerre mondiale	Développement des probabilités et statistiques formelles	Modélisation, hasard probabilisé et risque calculé	Institutionnalisation de l'assurance, principe de prudence
Des années 1950 à la fin du XX ^e siècle	<ul style="list-style-type: none"> – IT et <i>Data processing</i>, mathématiques computationnelles – Psychologie cognitive – Approfondissement de la notion juridique de responsabilité – Couverture des risques 	<ul style="list-style-type: none"> – Algorithmes, simulations Monte Carlo, sciences actuarielles – Heuristiques – <i>Hedging</i> 	Refus social du risque (principe de précaution, préventive généralisée, normes) et prise de risque excessive de la finance
Au XXI ^e siècle	<ul style="list-style-type: none"> – Révolution numérique (<i>big/smart data</i>, réalités virtuelles et augmentées, intelligence artificielle, <i>machine to machine</i>...) – Neurosciences du risque – Conformité 	<ul style="list-style-type: none"> – Détection numérique des facteurs de risques (alertes, contrôles, <i>stress</i> et <i>back tests</i>...) – Maîtrise des risques de modèles 	<ul style="list-style-type: none"> – Collectivisation accrue du risque et rationalisation de la notion de coût, arbitrage – Réponse institutionnelle à l'instabilité financière

1. P. Bernstein, *Against the Gods, the remarkable story of risk*, Wiley, 1996 : « Pour intégrer la notion de risque, il faut porter un regard sur le futur, et non sur le présent. Jusqu'à la Renaissance, l'avenir ne sera jamais aux yeux des humains qu'une question de chance ou le fruit de contingences... Dès lors, si l'être humain n'est pas un point dans les mains du hasard ou de la divinité, il ne saurait demeurer passif devant son désir. »

2 La linguistique

L'étymologie exacte du terme ne fait pas consensus dans la littérature. Le mot latin (*resicum*, *risicum*, *riscus*) désignant le sort ou le hasard viendrait d'un terme de navigation grecque (*rhizikon*, *rhiza*) signifiant le récif, utilisé comme métaphore pour désigner le danger qu'il faut éviter en mer. Une seconde thèse envisage un emprunt à l'arabe *rizq* (chance, fortune), terme résumé par la formule : « Tout ce qui t'a été donné [par Dieu] et dont tu tires profit. »¹

Au milieu du XII^e siècle, le terme *resicum* est rapidement devenu, grâce aux marchands italiens, un mot standard du vocabulaire commercial latin dans tout l'espace de la Méditerranée occidentale. Ce terme est le plus souvent employé dans les contrats de commande ou de société qui s'appliquent aux opérations maritimes. « *Ad resicum maris et gente* » fait ainsi référence aux risques des traversées comme les naufrages, les pertes en mer ou les actes de piraterie. Le risque est habituellement imputé au commanditaire ou aux différents partenaires d'une société, en proportion de leurs parts. Dès le XIII^e siècle, le mot sort du registre légal pour entrer dans le vocabulaire italien courant (*risco*, *risicare*, *rischiare*).

Le concept se diffuse alors en Europe durant la Renaissance. Il est synonyme de : aventure, chance, danger, fortune, hasard, péril, et prend une connotation soit positive (selon que l'on cherche à saisir sa chance en prenant des risques), soit négative (selon que l'on s'expose à un danger en faisant face au risque).

À partir du XVII^e siècle, le risque est de plus en plus assimilé au hasard et à l'incertain. À partir du XVIII^e siècle, il émerge comme phénomène avec le développement de la méthode scientifique et l'apparition d'outils mathématiques (probabilités et statistiques).

Dans son sens commun actuel, le risque a évolué vers une connotation négative. Il signifie à la fois l'évaluation de la probabilité d'un événement indésirable et la situation que produirait cet événement indésirable s'il se réalisait.

Section 2 SCIENCE ET MESURES DU RISQUE

Le risque se pare de définitions différentes selon la discipline qui en fait l'étude : mathématiques, économie, finance, psychologie, neurosciences ou sciences de l'ingénieur.

1. Sylvain Piron, « L'apparition du *resicum* en Méditerranée occidentale, XII^e-XIII^e siècles », *Revue Histoire et anthropologie*, L'Harmattan, 2004, p. 59-76.

1 La formalisation mathématique

La traduction mathématique du risque se développe dans de nombreux domaines : les probabilités, la statistique, la théorie des jeux, la stochastique, les mathématiques financières et la théorie du chaos.

La notion de probabilité se diffuse du Moyen Âge à la Renaissance grâce aux traductions et interprétations de l'*Éthique à Nicomaque*, ouvrage dans lequel Aristote exprime l'idée qu'une proposition est probable si elle est reconnue comme vraie ou fausse. La probabilité est ainsi une appréciation du degré de vraisemblance d'une connaissance qui va jusqu'à la certitude.

Avec le développement des mathématiques, la probabilité s'intéresse également aux faits et se rapproche de la notion de hasard. L'émergence de la mathématisation du hasard par la théorie des probabilités est attribuée à Pascal, à travers sa correspondance en 1654 avec Fermat, dans laquelle il traite du problème des partis (partage entre joueurs des enjeux lorsqu'un jeu est interrompu). Stimulé par ces échanges, Huygens¹ publie le premier traité sur la théorie des probabilités dans lequel il définit la notion d'espérance (le produit de l'utilité par la probabilité) pour évaluer une situation risquée.

Bernoulli² formalise la première théorie du risque en 1738 en exposant le paradoxe du jeu de Saint-Pétersbourg. Le jeu de Saint-Pétersbourg consiste en un lancer, sur la base d'une mise initiale, d'une pièce équilibrée, jusqu'à la survenance de l'événement choisi (pile ou face) qui arrête le jeu. Si l'événement choisi apparaît au k-ième lancer, la banque paye 2^{k-1} au joueur. La probabilité que l'événement se réalise au k-ième jet est : $p_k = \frac{1}{2^k}$, et son espérance : $E(p) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k} 2^{k-1} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} = +\infty$.

Le jet est donc toujours défavorable à la banque, sauf à pratiquer une mise initiale infinie. Mais si la mise initiale est trop élevée, alors le joueur refusera de jouer. De ce paradoxe est née la notion d'aversion au risque, exprimée comme le refus de participer à un jeu jugé inéquitable, trop complexe ou au résultat trop incertain.

Bernoulli introduit ensuite une fonction d'utilité u qui ne croît pas trop vite et montre que les joueurs maximisent l'espérance (finie) du logarithme du gain : $E(p) = \sum_{k=1}^{\infty} p_k u(2^{k-1}) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k} \ln(2^{k-1}) = \ln 2$. La valeur (subjective) du gain dépend donc de l'utilité estimée.

Bernoulli³ définit la notion de variable aléatoire et élabore la première version de la loi des grands nombres et les fondements de la combinatoire. Poursuivant les travaux de De Moivre (1733), Laplace (1781) démontre le premier le théorème central limite selon lequel la convergence en loi de la somme d'une suite de variables

1. C. Huygens, *De ratiociniis in ludo aleae* (Raisonnement sur les jeux de hasard), 1657.

2. D. Bernoulli, *Specimen theoriae novae de mensura sortis* (Théorie de la mesure du risque), 1738.

3. J. Bernoulli, *Ars Conjectandi* (L'art de conjecturer), 1717 (posthume).

aléatoires tend vers une loi normale. En cherchant à corriger des erreurs d'observations astronomiques, Gauss (1809) formalise la densité de la fameuse courbe en cloche : $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$. La courbe en cloche est omniprésente dans la nature.

Par ses propriétés de conservation par addition¹ et de cohérence², la loi normale va s'imposer en statistique et tenter d'apprivoiser le hasard. Dans les années 1920, Paul Lévy découvrit les distributions stables pour lesquelles la moyenne et la variance perdent de leur pertinence du fait de la prépondérance des événements rares. Il fit reposer sa loi sur un paramètre de position qui décale le support et un paramètre de forme qui alourdit les queues de distribution. En étudiant les rendements boursiers en 1962, Mandelbrot remarque que la loi normale sous-estime cependant les risques extrêmes et introduit les notions de hasard bénin (pour les fluctuations gaussiennes) et de hasard sauvage (pour les fluctuations parétiennes³). Une théorie des valeurs extrêmes⁴ se développe en parallèle en étudiant les valeurs minimales et maximales pour modéliser les échantillons. Ces modèles trouveront des applications en risques financiers et assuranciers et dans l'étude des catastrophes naturelles. Ils complètent l'analyse au cas par cas des scénarios extrêmes (stress tests).

En 1922, Kolmogorov, s'appuyant sur les travaux de Von Mises, développe la théorie moderne des probabilités. La probabilité qu'un événement a se réalise est notée $P(a) \in \mathbb{R}$. Lui est associée une valeur comprise entre 0 (impossible) et 1 (certain), avec $P(a) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{n_a}{N}$, où n_a représente le nombre de cas où a se réalise et N le nombre total de cas possibles. Dans l'espace (Ω, \mathcal{A}, P) , Kolmogorov pose les trois axiomes mathématiques suivants :

- axiome 1 (positivité) : $\forall a \in \mathcal{A}, 0 \leq P(a) \leq 1$
- axiome 2 (masse unitaire) : $P(\Omega) = 1$.
- axiome 3 (additivité) : $a_1, a_2 \in \mathcal{A}$, avec $a_1 \cap a_2 = \emptyset$, $P(a_1 \cup a_2) = P(a_1) + P(a_2)$

Ce qui permet de définir deux autres notions :

- l'indépendance : $\forall a, b \in \mathcal{A}, P(ab) = P(a) \times P(b)$
- la probabilité conditionnelle (le fait de connaître la probabilité de b influence la

probabilité de a : $P(a|b) = \frac{P(a \cap b)}{P(b)}$.

1. La somme de deux variables aléatoires normales indépendantes est normale.
 2. Toute variable aléatoire normale peut être décomposée en deux variables aléatoires indépendantes, chacune suivant une loi normale.
 3. Pour les queues de distribution de lois stables non-gaussiennes de type puissance (comme la loi de Pareto) ou α -stable de Lévy.
 4. R. Fisher, L. Tippert, M. Fréchet, E. J. Gumbel, W. Weibull.

En 1944, Von Neumann et Morgenstern¹ axiomatisent la solution de Bernoulli pour développer, dans une théorie des jeux, la théorie de l'utilité espérée (*expected utility theory*). Ils posent le cadre suivant :

- $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$: l'ensemble des états du monde décrivant l'incertitude ;
- $X = \{x_1, \dots, x_n\}$: l'ensemble des conséquences (les loteries) associées à chaque ω_i par une variable aléatoire f ;
- $A = \{f : \Omega \rightarrow X\}$: l'ensemble des variables aléatoires ;
- $a = \{p_1, \dots, p_n\}$: le vecteur des probabilités sur X , avec $0 < p_i < 1$ et $\sum_{i=1}^n p_i(x_i) = 1$;
- et \geq relation de préférence sur A , $>$ relation stricte et \sim indifférence.

Ils énoncent les quatre axiomes suivants :

- axiome 1 (complétude) : $\forall a_1, a_2 \in A, a_1 \geq a_2$ ou $a_2 \geq a_1$ ou $a_1 = a_2$ (a_1 est préféré ou a_2 est préféré ou il n'y a pas de préférence) ;
- axiome 2 (transitivité) : $a_1 \geq a_2$ et $a_2 \geq a_3 \Rightarrow a_1 \geq a_3$ (la préférence est consistante) ;
- axiome 3 (continuité) : si $a_1 > a_2 > a_3$, $\exists \alpha \in [0; 1]$ tels que :
 $a_2 \sim \alpha a_1 + (1 - \alpha)a_3$ (il existe une combinaison de deux loteries qui a la même préférence qu'une loterie intermédiaire) ;
- axiome 4 (indépendance) : $\alpha \in [0; 1]$ et $\forall a_3, a_1 \geq a_2$ si et seulement si :
 $\alpha a_1 + (1 - \alpha)a_3 \geq \alpha a_2 + (1 - \alpha)a_3$ (une préférence est indépendante des autres résultats possibles).

Ils formulent ensuite le théorème d'utilité espérée :

$a_1 \geq a_2 \Rightarrow V(a_1) = \sum_{x \in X} P_1(x)u(x) \geq V(a_2) = \sum_{x \in X} P_2(x)u(x)$, avec $u(x)$ fonction d'utilité affine et croissante.

Ainsi, l'individu qui a le choix entre différents niveaux de gains en situation d'incertitude cherche à maximiser l'utilité espérée du risque de manière rationnelle (complétude, transitivité, continuité et indépendance des préférences).

2 L'approche économique

Dans la littérature économique, le risque est abordé comme un problème standard de rareté. Le risque n'est qu'une ressource parmi d'autres qui doit être allouée et distribuée, bien qu'elle soit, du fait de son invisibilité, plus difficile à évaluer. Le risque reste ainsi une composante de la politique monétaire, des théories de la valeur ou de l'utilité, défini comme un phénomène mesurable sur le plan scientifique (même si sa valeur n'est pas exacte).

Le concept général de risque dans l'économie est un mix d'opportunité et de sécurité, ce risque-récompense traduisant la perspective volontaire d'incitation à prendre

1. J. von Neumann, O. Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, 1944.

des risques. La prise de risque en capital doit ainsi être récompensée, tandis que les risques involontaires qui menacent l'activité doivent être couverts.

Knight¹ et Keynes² font la distinction entre risque (mesurable par les probabilités) et incertitude (non mesurable). Ellsberg³ introduit la notion d'ambiguïté : situation dans laquelle seule une partie de l'information est probabilisée.

Selon Knight, le risque caractérise l'activité, tandis que les revenus attachés à l'activité (comme les bénéfices) sont du domaine de l'incertitude. Keynes, quant à lui, montre que l'incertitude traduit mieux le monde réel que les calculs de probabilité, dans la mesure où le futur (inconnu) explique davantage le comportement des agents économiques que les modèles mathématiques construits sur des données passées. Ellsberg démontre que les agents ont une aversion pour l'ambiguïté en préférant parier sur un événement non ambigu (c'est-à-dire sur un risque dont la probabilité est connue plutôt que sur l'incertitude). Ainsi, lorsque les agents ont le choix entre deux options, ils optent pour celle dont la loi de probabilité est connue. Leurs préférences n'adhèrent donc plus à la théorie de l'utilité espérée.

Comme la science économique se fonde sur un comportement rationnel et égoïste des agents, le risque reste un phénomène décisionnel. Arrow et Pratt⁴ s'intéressent aux choix des agents économiques en situation de risque. Ils proposent une mesure de l'aversion pour le risque dérivée de la fonction d'utilité. La prime qu'un agent est prêt à payer pour se débarrasser du risque croît avec la courbure de la fonction d'utilité. Reposant sur des représentations individualistes de l'aversion au risque, cette mesure reste cependant subjective. Arrow et Pratt transposent la fonction d'utilité de Von Neumann et Morgenstern, initialement développée pour des applications dans la théorie des jeux non coopératifs, à une fonction d'utilité de la richesse. Avec un niveau de richesse initiale $w > 0$, la fonction d'utilité de l'agent s'écrit :
$$u(w + EC_a(w)) = \sum_{i=1}^n p_i u(w + x_i)$$

La relation de l'agent au risque s'exprime dans la relation entre le montant aléatoire correspondant à l'action a (EC_a), et l'espérance de gain $E(a)$. La différence entre les deux est la prime de risque absolue : $\pi(a) = E(a) - EC_a$.

1. F. Knight, *Risk, Uncertainty and Profit*, Houghton Mifflin, 1921.

2. J. M. Keynes, *A Treatise on Probability*, Mc Millan, 1921.

3. D. Ellsberg, "Risk, ambiguity and the Salvage axioms", *Quarterly Journal of Economics*, 75, p. 643-669, 1961.

4. K. J. Arrow, "The theory of risk aversion", reprinted in: *Essays in the Theory of Risk Bearing*, Markham Publ. Co., p. 90-109, 1965. K.J. Arrow, "The use of unbounded utility functions in expected-utility maximization", *Quarterly Journal of Economics*, p. 136-138, 1974.

J. W. Pratt, "Risk aversion in the small and in the large", *Econometrica* 32, January-April 1964, p. 122-136.

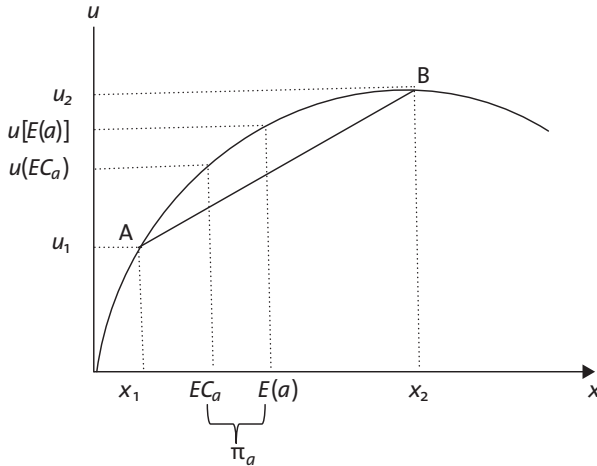


Figure 1.1 – L’aversion au risque

Tableau 1.2 – Les comportements face au risque

Comportement	Espérance	Prime de risque	Courbure
Aversion	$EC(a) < E(a)$	$\pi_a > 0$	Concave : $u'' < 0$
Neutralité	$EC(a) = E(a)$	$\pi_a = 0$	Linéaire : $u'' = 0$
Appétit	$EC(a) > E(a)$	$\pi_a < 0$	Convexe : $u'' > 0$

Un risque est dit additif s’il reste constant lorsque la richesse de l’individu augmente, et multiplicatif s’il varie parallèlement à l’augmentation des revenus.

Selon la courbure de la fonction d’utilité, Arrow et Pratt définissent des indicateurs d’aversion au risque :

- l’indicateur d’aversion absolue (risques additifs) : $r_A(w) = -\frac{u''(w)}{u'(w)}$;
- l’indicateur d’aversion relative (risques multiplicatifs) : $r_R(w) = -w \frac{u''(w)}{u'(w)}$

Ils énoncent le théorème suivant : soit u_i la fonction d’utilité de l’agent i ($i = 1$ à 2), alors pour toute action a et tout niveau de richesse w , l’agent 1 est plus risco-phobe que l’agent 2 si : $r_{A1} > r_{A2}$, $\pi_{A1} > \pi_{A2}$ et $u_1(w) = f(u_2(w))$, avec f strictement concave.

 **FOCUS**

Fonction d'utilité et psychologie de l'individu

L'aversion au risque dépend du montant initial w et de la variance de la richesse, ainsi que de la psychologie de l'individu exprimée dans la fonction d'utilité.

L'indicateur d'aversion au risque essaie d'isoler cette fonction d'utilité afin d'estimer l'importance de sa concavité. Les économistes distinguent les fonctions constantes, croissantes et décroissantes à l'aversion au risque : CID ARA ou RRA (*Constant/Increasing/Decreasing Absolute or Relative Risk Aversion*).

Pour des fonctions d'utilité de type racine, logarithmique ou puissance, l'aversion au risque décroît avec la richesse pour un risque additif et reste constante pour un risque multiplicatif. Pour une fonction d'utilité exponentielle négative, l'aversion au risque multiplicatif croît avec la richesse mais reste constante avec le risque additif. Pour une fonction d'utilité quadratique, l'aversion augmente avec la richesse quel que soit le type de risque.

Tableau 1.3 – Fonctions d'utilité usuelles et aversion au risque

	Racine $u = \sqrt{w}$	Logarithmique $u = \log w$	Puissance $u = \alpha w^\alpha$	Quadratique $u = W - \alpha W^2$	Exponentielle négative $u = -e^{-\alpha w}$
$r_A(w)$	$-\frac{1}{4}u^{-3/2} = \frac{1}{2}u^{-1}$	$\frac{1}{w \frac{1}{\log w}} = \frac{1}{w}$	$\frac{-\alpha(\alpha-1)w^{\alpha-2}}{\alpha w^{\alpha-1}} = \frac{1-\alpha}{w}$	$-\frac{-2\alpha}{(1-2\alpha w)} = \frac{2\alpha}{1-2\alpha w}$	$-\frac{a^2 e^{-\alpha w}}{\alpha e^{-\alpha w}} = \alpha$
$r_R(w)$	$\frac{w}{2}u^{-1}$	$w \frac{1}{w} = 1$	$\frac{w(1-\alpha)}{w} = 1-\alpha$	$\frac{2\alpha w}{1-2\alpha w}$	$w\alpha$

Illustration

$w = \{10000; 50000\}$ et $\alpha = 0,000005$

	Racine	Logarithmique	Puissance	Quadratique	Exponentielle négative
$r_A(10000)$	0,00005	0,0001	0,0001	0,00001	0,000005
$r_A(50000)$	0,00001	0,00002	0,00002	0,00002	0,000005
	D-ARA	D-ARA	D-ARA	I-ARA	C-ARA
$r_R(10000)$	0,5	1	0,99	0,1	0,05
$r_R(50000)$	0,5	1	0,99	1	0,25
	C-RRA	C-RRA	C-RRA	I-ARA	I-ARA

La fonction exponentielle négative explique le comportement d'un agent qui ne modifie pas sa police d'assurance sur un bien immobilier dont la valeur augmente avec les années tandis que la variance du risque dommage reste constante.

La fonction quadratique correspond à une stratégie de réinvestissement de plus-values et revenus du portefeuille dans des actifs risqués, alors que les autres fonctions traduisent ce même réinvestissement dans des actifs sans risques ou couverts en position delta-neutre par des produits dérivés.

Les problèmes de croissance ou décroissance de l'aversion absolue ou relative au risque trouvent naturellement des applications pratiques dans la gestion de portefeuille. Dans le cas d'un accroissement de richesse, quelle fraction de celle-ci l'investisseur sera-t-il tenté de placer en actifs risqués selon son degré d'aversion au risque ?

3 Les apports de la finance

La littérature financière est prolifique en matière d'analyse du risque au cours de ces soixante dernières années. Nous présenterons quatre familles de mesure du risque abondamment utilisées par les praticiens :

- les mesures construites sur la variance du rendement, utilisées en *corporate finance* et en gestion de portefeuille ;
- les mesures du risque construites sur la *value at risk* (VaR), servant à l'estimation du risque de marché dans les accords de réglementation bancaire du Comité de Bâle ;
- les mesures du risque de crédit construites sur des modèles de *scoring* servant également à l'estimation du risque de crédit dans les accords de Bâle et utilisées par les agences de notation ou les services de Risk Management des établissements bancaires ;
- les mesures construites sur le calcul stochastique en finance quantitative, incontournables dans la finance de marché et l'actuariat.

3.1 Les mesures construites sur la variance du rendement

Puisant ses fondements théoriques dans la théorie économique, les sciences actuarielles et la théorie des probabilités, la science de la mesure du risque est également devenue une branche de la théorie de l'investissement qui a développé son propre domaine de recherche. La mesure du risque exprimée sous la forme de l'écart-type du rendement (σ_R) a été appliquée pour la première fois par Markowitz en 1952 aux problèmes de sélection de portefeuille.

L'écart-type est la racine carrée de la variance (deuxième moment centré de la distribution mesurant comment la distribution « s'étale » autour de sa moyenne). Il s'exprime dans les mêmes unités que la variable aléatoire et la moyenne de la distribution, et est un élément clé dans le paramétrage de la distribution normale. L'asymétrie des distributions (*skewness*) et leur degré d'aplatissement (*kurtosis*) étant de plus en plus fréquemment observés par les praticiens ont rendu cette approche discutable.

Dans le prolongement de la règle de Markowitz qui définit la frontière d'efficience (offrant le rendement le plus élevé pour un niveau de risque donné), Fama émet l'idée que les marchés incorporent toute l'information disponible sur les titres cotés et que le risque n'est accepté que contre une rentabilité plus élevée. Le risque est alors estimé, dans différents modèles par le bêta (β), qui mesure la sensibilité

(volatilité) du titre par rapport à la volatilité du marché : $\beta = \frac{\text{cov}(R_m, R_a)}{\text{var}(R_a)}$, où R_m

et R_a sont respectivement les rentabilités du marché et du titre.

Les modèles les plus connus utilisant β sont le MEDAF (modèle d'évaluation des actifs financiers ou CAPM pour *Capital Asset Pricing Model*) de Sharpe (1964) et Linkner (1965), et les modèles multifactoriels comme APT (*Arbitrage Pricing Theory*) de Ross (1976) et le modèle de rentabilité à trois facteurs de Fama et French (1992) et Fama, French et Cahart (1997).

Le MEDAF propose une division du risque total en risque lié à l'entreprise (risque non systématique) et en risque de marché (risque systématique). Le risque est la probabilité pour les investisseurs de recevoir un niveau de revenu différent de celui espéré. Le risque se répercute sur le coût du capital, les actionnaires exigeant une prime pour se protéger des événements non maîtrisables dans les projets d'investissement, et les banques appliquant une marge au taux d'intérêt nominal afin de rémunérer le risque de défaillance du débiteur.

Le modèle du MEDAF s'écrit alors comme une fonction de la mesure du risque (non diversifiable) de l'actif a , noté β_a , de la rentabilité espérée sur le marché, notée $E(R_m)$ et du taux d'intérêt sans risque (généralement des emprunts d'État), noté R_f : $E(R_a) = R_f + \beta_a [E(R_m) - R_f]$. Le rendement attendu d'un titre est égal au rendement d'un placement sans risque et d'une prime de risque qui est la rémunération du risque de marché pondérée par la sensibilité du titre au marché.

Les limites du MEDAF (hypothèses réductrices, impossibilité de déterminer le portefeuille de marché comprenant tous les actifs risqués, et instabilité du β due à des facteurs macroéconomiques ou spécifiques à l'entreprise), ont conduit à l'élaboration de modèles multifactoriels cherchant à mesurer les facteurs qui influent sur la performance du portefeuille. L'ATP fait ressortir des facteurs comme la croissance mensuelle de la production industrielle, la variation de l'inflation espérée, l'inflation non anticipée, les variations non anticipées de la prime de risque des obligations risquées sur les obligations non risquées et les variations non anticipées de la différence entre les obligations gouvernementales à long terme et le rendement des obligations à long terme : $E(R_a) = R_f + \beta_{a1}(E(R_1) - R_f) + \beta_{a2}(E(R_2) - R_f) + \dots + \beta_{ain}(E(R_n) - R_f)$, avec β_{ai} la sensibilité du rendement du titre au facteur i .

En observant la valeur du marché américain (NYSE, Amex et Nasdaq) depuis 1951, Fama et French constatent que les petites valeurs (*small caps*) et les actions ayant un *book to market* élevé surperforment le marché. Ils définissent une prime de liquidité qui équivaut à la différence de rentabilité entre les actions de grandes et de petites capitalisations : $R_a - R_f = \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2 \times \text{SMB} + \beta_3 \times \text{HML} + \alpha$, où SMB correspond au facteur taille (égal à la différence de rentabilité entre grandes et petites capitalisations), et HML le facteur *book to market* (égal à la différence de rentabilité entre valeurs de rendement et de croissance). Avec Cahart, Fama et French introduisent comme facteur supplémentaire le momentum de rentabilité qui permet de réaliser des