EPPA 2023/24

Concours Infirmier militaire

MATHÉMATIQUES - 20 CONCOURS BLANCS

A. Broudin

DUNOD

Image de couverture : Straight 8 Photography @ Shutterstock
Mise en page : Lumina Datamatics, Inc.

11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com
ISBN : 978-2-10-085623-7

Sommaire

Concours blancs

Épreuve de Mathématiques

Remerciements

Je tiens à remercier en premier lieu les étudiants que j'ai eu le plaisir d'accompagner dans leur préparation au concours EPPA ces dernières années. Ce livre n'aurait jamais existé si leur détermination et leur sens du devoir ne m'avait pas profondément touché.

Je remercie également les éditions Dunod pour la confiance accordée et particulièrement Mme Emmanuelle Chatelet qui a su me guider tout au long du projet.

Merci enfin à ma famille, mes amis, Clara, Laura, qui m'ont soutenu dans la rédaction de cet ouvrage. »

Je dédie cet ouvrage à Loubna.

Antoine Broudin

De candidat à professionnel de santé

Le concours d'entrée à l'École du personnel paramédical des Armées (EPPA) est ouvert à des publics très différents. Son accès n'en demeure pas moins difficile et reste subordonné à un certain nombre de conditions (âge maximal, condition physique, diplôme, expérience, grade…). La sélection des élèves en vue de l'obtention du diplôme d'État d'infirmier s'effectue selon un processus en deux phases (admissibilité et admission) pour le plus grand nombre des candidats et d'une manière raccourcie (admission uniquement) pour les candidats ayant validé une Première Année Commune aux Études de Santé (PACES) ou une première année en Institut de Formation en Soins Infirmiers (IFSI).

1 Conditions de candidature

a. L'âge et l'ancienneté

- Pour les bacheliers ou équivalents : avoir entre 17 ans et 23 ans.
- Pour les élèves médecins, pharmaciens, vétérinaires et chirurgiens-dentistes des écoles du service de santé des Armées ou anciens élèves ayant quitté ces mêmes écoles depuis moins d'un an à la date du concours : 24 ans maximum.
- Pour les militaires non-officiers : 32 ans maximum.
- Pour les fonctionnaires titulaires du Diplôme d'État d'aide-soignant : 29 ans au plus.

Les conditions de candidature propres à chaque concours sont précisées à l'article 1er du décret du 8 avril 2016.

b. L'aptitude médicale

Les conditions médicales d'aptitude sont évaluées sous la forme d'un profil médical « SIGYCOP ». Ce profil compile sept rubriques, chacune identifiée par un sigle et affectée d'un coefficient variable. Les sigles correspondent respectivement :

- S : à la ceinture scapulaire et aux membres supérieurs ;
- I : à la ceinture pelvienne et aux membres inférieurs ;
- G : à l'état général ;
- Y : aux yeux et à la vision (sens chromatique exclu) ;
- C : au sens chromatique ;
- O : aux oreilles et à l'audition ;
- P : au psychisme.

Étant donné que chaque spécialité nécessite des personnels avec des compétences précises et un état de santé minimum, le profil SIGYCOP minimal requis est spécifique du recrutement dans un corps d'armée.

L'aptitude médicale des candidats au concours est vérifiée par un médecin des Armées avant les épreuves d'admission. L'absence de contre-indication aux vaccinations légales et réglementaires et à la pratique du sport est exigée. Nul ne peut être admis à l'École du personnel paramédical des Armées s'il ne satisfait pas aux conditions d'aptitude physique prévues par l'article 6 du décret n° 2008-961 du 12 septembre 2008.

2 À qui s'adresse le concours ?

a. Aux bacheliers et aux étudiants

1°) Titulaires du baccalauréat, ou d'un titre ou diplôme classé au moins au niveau IV, ou d'une qualification reconnue comme équivalente à l'un de ces titres ou diplômes.

2°) Titulaires d'un titre admis en dispense du baccalauréat en application des articles L. 612-3 et D. 612-9 et suivants du code de l'Éducation.

3°) Élèves médecins, pharmaciens, vétérinaires et chirurgiens-dentistes des écoles du service de santé des Armées ou anciens élèves ayant quitté ces mêmes écoles depuis moins d'un an à la date du concours et âgés de 24 ans au plus.

4°) Étudiants régulièrement inscrits dans un IFSI (la limite d'âge prévue est celle des bacheliers mais augmentée du nombre d'années d'études de soins infirmiers validées).

b. Aux militaires

Militaires non-officiers des trois armées et du service de santé des Armées titulaires soit de l'un des diplômes mentionnés au 1°) et réunissant au minimum trois ans de service militaire, soit du diplôme d'État d'aide-soignant et justifiant au minimum de trois ans d'exercice en cette qualité et de cinq ans de service militaire

c. Aux fonctionnaires

Âgés de 29 ans au plus et titulaires du diplôme d'État d'aide-soignant :

- titulaires de l'un des diplômes mentionnés au 1°) et réunissant au minimum trois ans de services publics ;
- *Ou* justifiant au minimum de trois ans d'exercice en qualité d'aide-soignant et de cinq ans de services publics dans le domaine médico-social dans les autres cas.

Les conditions d'âge et d'ancienneté de service sont appréciées au 1er janvier de l'année du concours. Les conditions de diplôme, d'ancienneté d'exercice et d'aptitude physique doivent être réunies au plus tard à la date d'entrée à l'école.

3 Des épreuves de sélection originales

a. Épreuves d'admissibilité

Deux épreuves écrites jalonnent cette première phase de la sélection. Aucun aménagement (tiers temps, secrétaire…) n'est généralement accordé. La barre d'admissibilité est fixée à 10/20 de moyenne sur deux épreuves. Une note inférieure à 8/20 à une des deux épreuves est éliminatoire.

Une épreuve de culture générale

Elle consiste en une **rédaction** et des réponses à des questions dans le domaine sanitaire et social. L'épreuve permet d'apprécier :

- les qualités rédactionnelles des candidats ;
- leur aptitude au questionnement ;
- leur qualité d'analyse ;
- la capacité d'argumentation ;
- la capacité à se projeter dans leur futur environnement professionnel.

L'épreuve dure 2 heures, est notée sur 20 et affectée d'un coefficient 5.

Une épreuve de mathématiques

C'est précisément à cette épreuve qu'entend préparer le présent ouvrage.

Apparue lors de l'édition 2019 du concours, l'épreuve d'une **durée d'une heure** est notée **sur 20** et affectée d'un **coefficient 4**. Elle a pour objet d'apprécier les connaissances en mathématiques des candidats.

S'agissant du fond, le niveau de l'épreuve relève de connaissances d'arithmétique et de géométrie enseignées dans le secondaire (niveau Diplôme National du Brevet) et diffère peu de celui des tests psychotechniques utilisés auparavant pour sélectionner les candidats. Les exercices proposés supposent la maîtrise des **notions mathématiques de base** telles que les quatre opérations, les décimales, les fractions, les pourcentages, les grandeurs et mesures (longueur, masse, durée) et la résolution d'un problème en plusieurs étapes.

La diversité des situations, l'enchaînement des questions, la présence de données superflues sont autant de paramètres qui peuvent rebuter le non initié, le candidat mal entraîné. La singularité de l'épreuve réside aussi dans le fait que les réponses sont libres, **il ne s'agit pas d'un QCM.**

Le **format du sujet** n'a eu cesse de changer d'une année sur l'autre depuis que l'épreuve a remplacé les tests psychotechniques « classiques » il y a trois ans : un texte assez long suivi d'une série de 10 questions (20 questions en tout) en 2019 et 2020 contre seulement 15 questions en tout dont une partie sur un texte (plus court) en 2021.

Afin d'anticiper au mieux ces **changements intempestifs** opérés par les concepteurs de l'épreuve, nous avons pris le parti de composer nos sujets type de la manière suivante :

- un **texte** d'environ 250 mots contextualisant une situation de la vie quotidienne truffé d'éléments chiffrés (parfois inutiles) auquel se réfère **une série de 10 questions** nécessitant compréhension, interprétation et utilisation des données du texte. Les questions restent la plupart du temps indépendantes les unes des autres ;
- **une série de 5 questions** ayant trait là encore à des situations concrètes. Elles nécessitent d'être traitées soit en bloc soit de manière isolée.

Les réponses sont consignées dans une **grille** que le candidat rend à la fin de l'épreuve. Une **justification brève** de la réponse est systématiquement demandée. On conseille aux candidats de faire apparaitre les éventuelles traces de recherche même si elles n'ont pas abouti. Il n'est pas impossible qu'elles soient valorisées à la correction.

Aussi brève soit-elle, il faut quand même apporter un soin particulier à cette justification : il ne s'agit pas de rendre un brouillon !

Aucun moyen de calcul (ordinateur, calculatrice, règle à calculer…) n'est autorisé. Les feuilles de brouillon sont autorisées.

En fin d'épreuve le sujet doit être rendu à l'appariteur en même temps que la feuille où sont inscrites les réponses. Le ministère des Armées ne publiant jamais les sujets, **aucune annale officielle** n'est disponible.

b. Épreuves d'admission

Un grand oral

L'épreuve orale d'admission consiste en un entretien d'une durée de 30 minutes avec quatre examinateurs :

- un infirmier cadre de santé formateur exerçant dans un institut de formation en soins infirmiers en relation avec le service de santé des Armées ou un militaire infirmier et technicien des hôpitaux des Armées, cadre de santé formateur ;
- un militaire infirmier et technicien des hôpitaux des Armées, cadre de santé exerçant en secteur de soins ;
- une personne qualifiée en pédagogie ou en psychologie ;
- un officier de l'Armée de Terre, de l'Armée de l'Air, de la Marine Nationale ou de la Gendarmerie.

Cet entretien relatif à un thème sanitaire et social est destiné à apprécier l'aptitude à suivre la formation, les motivations, l'aptitude à servir en qualité d'infirmier militaire et a pour objectif d'évaluer projet professionnel au sein de l'institution.

Pour les candidats déjà insérés professionnellement, cet entretien portera sur leur expérience professionnelle. De la même manière, son objectif est d'apprécier l'aptitude des candidats militaires ou fonctionnaires titulaires du DE d'aide-soignant à valoriser leur expérience professionnelle, à suivre la formation, à évaluer leurs motivations et leur aptitude à servir en qualité d'infirmier militaire.

L'épreuve orale d'admission est notée sur 20. Elle est affectée d'un coefficient 9 pour les candidats n'ayant pas bénéficié de la dispense des épreuves d'admissibilité prévue et d'un coefficient 18 pour les candidats ayant bénéficié de cette dispense.

Des épreuves sportives

Les épreuves sportives sont obligatoires. Elles ont pour finalité de :

- s'assurer d'un niveau minimum en sport des candidats pour intégrer l'institution militaire ;
- vérifier la capacité et la volonté du candidat à se préparer physiquement ;
- lui faire prendre conscience que la pratique du sport fait partie intégrante du métier de militaire.

Elles consistent en quatre épreuves :

- course à pied : test du demi-Cooper visant à évaluer la VMA (vitesse maximale aérobie) ;
- gainage abdominal ;
- tractions ou suspension barre fixe ;
- natation (100 m + 10 m en apnée).

Les barèmes retenus tiennent compte de la performance réalisée, du sexe et de l'âge du candidat. Pour se présenter aux épreuves sportives d'admission, chaque candidat doit présenter un certificat médical attestant l'absence de contre-indication aux activités physiques et sportives des épreuves d'admission, délivré par un médecin de son choix et datant de moins de trois mois. En cas de contre-indication définitive, le candidat ne peut pas se présenter aux épreuves orales et sportives d'admission.

Tout candidat qui, pour une raison quelconque, est contraint d'interrompre les épreuves sportives ou présente une inaptitude temporaire peut être invité à repasser ces épreuves à une date ultérieure qui doit obligatoirement se situer avant la fin des épreuves d'admission.

Les notes des épreuves sportives sont ramenées à une note sur 20. Cette note est affectée d'un coefficient 2 pour le calcul de la note finale.

4 Résultats

Le nombre de places offertes au titre de chacun des concours (bacheliers, militaires, fonctionnaires…) ainsi que leur répartition au titre de chaque armée et formation rattachée, est **fixé chaque année par arrêté** conjoint du ministre des Armées et du ministre chargé de la Santé.

À l'issue des épreuves d'admission, le jury établit une liste de classement des candidats admis par ordre de mérite pour chacune des voies d'accès à l'École. Chaque liste de classement comprend :

- une **liste principale** sur laquelle figurent les candidats admis d'office ;
- une **liste complémentaire** recensant les candidats susceptibles d'être appelés en remplacement des candidats admis démissionnaires, s'étant désistés, ayant fait l'objet d'une décision d'inaptitude médicale permanente ou ne réunissant pas les conditions de diplômes et d'ancienneté d'exercice.

Révisions

Mathématiques

1 Nombres, divisibilité

1 Divisibilité

On dit qu'un nombre A est **multiple** d'un nombre B si on peut trouver A en multipliant B par un nombre entier. Dans ce cas A est **divisible** par B et B est un **diviseur** de A.

Notez que divisible ne signifie pas « que l'on peut diviser par un nombre » mais plutôt « **que l'on peut diviser par un nombre donnant un résultat entier et un reste nul** ».

- **Par 2 :** Un nombre divisible par 2 est **pair**, autrement dit, il termine par : 0, 2, 4, 6, ou 8.
- **Par 3 :** Un nombre est divisible par 3 si, et seulement si, la **somme des chiffres** constituant ce nombre est un **multiple de 3**.
- **Par 4 :** Intéressez-vous au **nombre formé par les deux derniers chiffres**. Si ce nombre à deux chiffres est un multiple de 4 alors, le nombre est divisible par 4.

> **Exemples :**
> - 678 224 divisible par 4 ? Oui, car 24 est multiple de 4 ($24 = 4 \times 6$).
> - 666 divisible par 4 ? Non, car 66 n'est pas multiple de 4 (il faut connaître sa table de 4 au-delà de $10 \times 4 = 40$!).

- **Par 5 :** Un nombre est divisible par 5 si, et seulement si, il **termine par 0 ou par 5.**
- **Par 6 :** Un nombre divisible par 6 est **divisible à la fois par 2 et par 3** : il s'agit donc d'un nombre pair dont la somme des chiffres est un multiple de 3.
- **Par 8 :** Intéressez-vous au **nombre formé par les trois derniers chiffres**. Si ce nombre à trois chiffres est un multiple de 8 alors, le nombre est divisible par 8.
- **Par 9 :** Un nombre est divisible par 9 si, et seulement si, la **somme de ses chiffres est divisible par 9**.
- **Par 10 :** Un nombre est divisible par 10 si, et seulement si, il **se termine par 0**.
- **Par 11 :** Un nombre est divisible par 11 si, et seulement si, la **différence** entre la somme de ses **chiffres de rang impair** et celle de ses **chiffres de rang pair** est un multiple de 11 (0, 11, 22, 33, etc.). Ainsi, 1 463 est divisible par 11 car $(1 + 6) - (4 + 3) = 7 - 7 = 0$.

2 PGCD et PPCM

a. Les nombres premiers

Un nombre premier est un nombre qui n'est **divisible que par un et par lui-même**.

Il est intéressant de connaître par cœur les premiers nombres premiers : **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101**, etc.

Propriété

Tout nombre entier peut se décomposer en un **produit unique de facteurs premiers**.

Exemple : 63 : $9 \times 7 = 3^2 \times 7$

$555 = 111 \times 5 = 3 \times 37 \times 5$

b. PGCD

Le **Plus Grand Commun Diviseur** de deux nombres entiers naturels A et B est le plus grand entier naturel qui divise à la fois A et B.

On détermine le **PGCD** de deux nombres en sélectionnant tous **les facteurs premiers *communs*** à leurs décompositions. S'ils apparaissent affectés de puissances différentes, on leur attribue **le plus petit exposant**. Le PGCD est le produit de ces facteurs.

c. PPCM

Le **Plus Petit Commun Multiple** de deux entiers naturels A et B est le plus petit entier qui soit à la fois multiple de A et de B.

On détermine le **PPCM** en sélectionnant ***tous* les facteurs premiers** qui apparaissent dans les deux décompositions (communs ou non). Pour ceux qui sont communs, on leur affecte **la puissance la plus élevée** d'apparition. Le PPCM est le produit de ces nombres.

3 Carrés et cubes parfaits

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
carré	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169
n	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
carré	196	225	256	289	324	361	400	441	484	529	576	625	

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
cube	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1 000

2 Révisions
Les fractions

1 Définition et premières propriétés

Une fraction est une division non aboutie de deux nombres entiers relatifs, le numérateur N et le dénominateur D. On la note : $\dfrac{N}{D}$

$$\frac{a}{a}=1\ ;\ \frac{0}{a}=0\ ;\ \frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}\ ;\ \frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow a\times d=b\times c$$

2 Simplifier une fraction

Il convient d'exprimer un résultat sous forme de **fraction irréductible**, c'est-à-dire d'une fraction simplifiée au maximum.

Pour **simplifier** une fraction, on décompose le numérateur et le dénominateur.

> **Exemple :**
>
> $$\frac{72}{48}=\frac{3\times\cancel{3}\times\cancel{8}}{2\times\cancel{3}\times\cancel{8}}=\frac{3}{2}$$
>
> 3 et 2 sont premiers entre eux (car premiers tous les deux) donc la fraction est irréductible.

3 Additionner et soustraire

Pour calculer la somme ou la différence de deux fractions, il faut qu'elles aient le **même dénominateur** :

> **Exemple :**
>
> $$\frac{3}{2}-\frac{5}{3}=\frac{3\times3}{2\times3}-\frac{5\times2}{3\times2}=\frac{3\times3-5\times2}{2\times3}=\frac{9-10}{6}=-\frac{1}{6}$$
>
> 6 est le premier dénominateur commun qui vient à l'esprit mais 12 ou 18 auraient aussi pu convenir.

4 Multiplier et diviser

Pour effectuer le produit de deux fractions, il faut **multiplier entre eux les numérateurs** et **multiplier entre eux les dénominateurs**. On peut donc multiplier des fractions qui ne sont pas au même dénominateur sans précaution particulière :

Exemples :

$$\frac{4}{5}\times\frac{5}{7}=\frac{4}{\cancel{5}}\times\frac{\cancel{5}}{7}=\frac{4}{7}\ ;\ \frac{2}{3}\times\frac{5}{7}=\frac{10}{21}$$

Quand le numérateur et/ou le dénominateur ne sont pas entiers, transformez-les en multipliant par le même nombre. On a tout multiplié par 10 dans l'exemple qui suit :

$$\frac{3{,}5}{2{,}1}\times\frac{7{,}7}{0{,}5}=\frac{35}{21}\times\frac{77}{5}=\frac{5\times\cancel{7}\times7\times11}{3\times7\times\cancel{5}}=\frac{77}{3}$$

Pour diviser un nombre (ou une fraction) par une autre fraction, on transforme la division en produit, car **diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse**.

Exemple :

$$\frac{\frac{4}{5}}{\frac{7}{6}}=\frac{4}{5}\times\frac{6}{7}=\frac{24}{35}$$

Remarque

L'inverse d'un nombre a est $\frac{1}{a}$. L'inverse de la fraction $\frac{n}{d}$ est la fraction $\frac{d}{n}$. Ne confondez pas inverse et opposé ! L'opposé de a est le nombre $-a$ et l'opposé de $\frac{n}{d}$ est la fraction $-\frac{n}{d}$.

5 Utiliser l'écriture fractionnaire

Passer de l'écriture fractionnaire au développement décimal et vice versa est très utile pour mener des calculs. Connaître les **valeurs décimales** (exactes ou approchées) des fractions usuelles est fondamental.

- $\frac{1}{2}=0{,}5\ ;\ \frac{1}{4}=0{,}25\ ;\ \frac{1}{8}=0{,}125$
- $\frac{1}{3}\approx0{,}33333\ldots\ ;\ \frac{1}{6}=0{,}166666\ldots$
- $\frac{1}{5}=0{,}2\ ;\frac{1}{10}=0{,}1\ ;\ \frac{1}{20}=0{,}05\ ;\ \frac{1}{100}=0{,}01$

3

Révisions

Puissances et racines

1 Puissances

a. Premières propriétés

$$a^{-n}=\frac{1}{a^n}\ ;\ a^1=a\ ;\ -a^n=-(a)^n\neq(-a)^n\ ;\ a^0=1\ (\text{pour } a\neq 0)\ ;$$

$$a^{-1}=\frac{1}{a}\quad(\text{pour } a\neq 0)\ ;\ a^{\frac{1}{2}}=\sqrt{a}\ \ (\text{pour } a\neq 0)$$

Exemples :

$$3^4=3\times3\times3\times3=81\ ;\ 2020^0=1\ ;\ 2^{-2}=\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}\ ;-3^2=-9$$

b. Puissances de 10

Nom	Écriture décimale	Puissance de 10	Préfixe
Milliard	1 000 000 000	10^9	**Giga**
Million	1 000 000	10^6	**Méga**
Mille	1 000	10^3	**Kilo**
Cent	100	10^2	**Hecto**
Dix	10	10^1	**Déca**
Unité	1	10^0	
Dixième	0,1	10^{-1}	**Déci**
Centième	0,01	10^{-2}	**Centi**
Millième	0,001	10^{-3}	**Milli**
Millionième	0,000 001	10^{-6}	**Micro**
Milliardième	0,000 000 001	10^{-9}	**Nano**

c. Opérations

Pour tous les nombres relatifs a et b et quels que soient n et m entiers naturels :

Formule	Exemple
$a^n \times a^m = a^{n+m}$	$3^2 \times 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$
$(a \times b)^n = a^n \times b^n$	$(2 \times 3)^4 = 2^4 \times 3^4$
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{10^3}{10^5} = 10^{3-5} = 10^{-2}$
$(a^n)^m = a^{n \times m}$	$(5^2)^3 = 5^{2\times 3} = 5^6$
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$	$\frac{5^2}{7^2} = \left(\frac{5}{7}\right)^2$
$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$	$\frac{1}{10^2} = 10^{-2}$

2 Racines

a. Propriétés et formules

- $\sqrt{1} = 1$; $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$; $\left(\sqrt{a}\right)^2 = \sqrt{a^2} = a$

Quelques valeurs qu'il est bon d'avoir en tête : $\sqrt{2} \approx 1{,}41$; $\sqrt{3} \approx 1{,}73$; $\sqrt{5} \approx 2{,}2$; $\sqrt{10} \approx 3{,}16$.

Formule	Exemple
$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$	$\sqrt{3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3 \times 4} = \sqrt{12}$
$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$	$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{3}{12}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$
$\sqrt{a} \pm \sqrt{b} \neq \sqrt{a \pm b}$ **Attention** : la somme de deux racines n'est pas égale à racine de la somme !	$\sqrt{2} + \sqrt{7} \neq \sqrt{9}$ Pour preuve, $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$ alors que $\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$
$b\sqrt{a} \pm d\sqrt{a} = (b \pm d) \times \sqrt{a}$	$3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = (3+2) \times \sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

b. Simplifier des racines

Pour simplifier une racine, il faut **décomposer** le nombre sous le radical en produit de facteurs en faisant apparaitre des carrés. De cette manière, on peut « sortir » les carrés de la racine qui deviennent des facteurs multiplicatifs de la racine.

Exemple :

- $\sqrt{28} = \sqrt{4} \times \sqrt{7} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{7} = 2\sqrt{7}$

On peut « sortir » le 2 de la racine car $\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$.

- $\sqrt{208} = \sqrt{4 \times 4 \times 13} = \sqrt{4} \times \sqrt{4} \times \sqrt{13} = 2 \times 2 \times \sqrt{13} = 4\sqrt{13}$

4 Révisions
Les moyennes

1 Moyenne arithmétique

La **moyenne arithmétique** est la moyenne que l'on effectue dans la vie de tous les jours : on la calcule en divisant la somme des valeurs par le nombre de valeurs.

$$\textit{Moyenne arithmétique} = \frac{\textit{Somme des termes}}{\textit{Nombre de termes}}$$

2 Pondération

Le verbe *pondérer* signifie « équilibrer », « balancer ». La moyenne pondérée est donc la moyenne d'un certain nombre de valeurs affectées de **coefficients**, de *poids*.

C'est la moyenne que l'on utilise par exemple pour calculer sa note moyenne (M) à un examen constitué de plusieurs épreuves notées (E_1, E_2, E_3, *etc.*) qui ne sont pas affectées du même coefficient (c_1, c_2, c_3, *etc.*) :

$$M = \frac{E_1 \times c_1 + E_2 \times c_2 + E_3 \times c_3 + \ldots + E_n \times c_n}{c_1 + c_2 + c_3 + \ldots + c_n}$$

Remarque :

Quand tous les poids sont égaux, la moyenne pondérée est identique à la moyenne arithmétique.

Exemple :

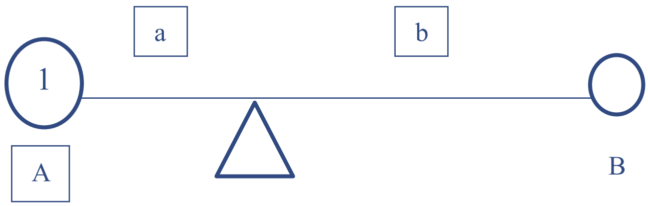
- Quelle est la note moyenne de Bernard au concours de gendarmerie sachant que l'épreuve de maths où il a obtenu un 15/20 est affectée d'un coefficient 4 et que l'épreuve de français où il a reçu un 8/20 est affectée d'un coefficient 3 ?

$$M = \frac{15 \times 4 + 8 \times 3}{7} = 12$$

a. Méthode du point d'équilibre

Cette méthode est utile pour **gagner du temps** et éviter les calculs dans les exercices de moyenne pondérée.

Pour comprendre cette méthode il faut avoir en tête l'image d'un **point d'appui** et d'un **balancier** auquel on a accroché des masses :



En fait, le balancier est **à l'équilibre** quand la masse pendue à une extrémité multipliée par la distance à l'appui correspondante est égale au produit de la masse pendue à l'autre extrémité multipliée par sa distance au point d'appui : $a \times A = b \times B$.

Exemple détaillé :

- La moyenne d'une classe de 30 élèves au dernier devoir de maths est de 10/20. Les filles ont eu en moyenne 14/20 et les garçons 8/20. Combien y a-t-il de garçons dans la classe ?

La **méthode du point d'équilibre** propose une approche beaucoup **plus intuitive**. Si la moyenne de la classe est de 10, on peut dire d'emblée **qu'il y a plus de garçons que de filles**. En effet, la moyenne de la classe est plus proche de celle des garçons que de celle des filles. Si la moyenne de la classe avait été de 11/20, on aurait pu dire qu'il y avait autant de filles que de garçons. Ici les garçons baissent la moyenne de la classe par leur moyenne inférieure.

On peut **modéliser** la situation par l'équilibre suivant :

- Dans le triangle : la moyenne de la classe.
- Dans les ronds : la moyenne des filles et la moyenne des garçons.
- Dans les carrés : les écarts à la moyenne de la classe de la moyenne des filles et de la moyenne des garçons.

Or, pour qu'il y ait équilibre il faut que $2 \times nb\ de\ garçons = 4 \times nb\ de\ filles$.

On peut donc très facilement affirmer que $nb\ de\ garçons = 4$ et $nb\ de\ filles = 2$.

Cela signifie que dans un **groupe de 6 élèves** de cette classe, il y a **4 garçons** et **2 filles**.

Ainsi, dans cette classe de 30 élèves dans laquelle on peut faire **5 groupes de 6 élèves**, il y a $5 \times 4 = 20$ garçons et $5 \times 2 = 10$ filles.

Attention : il ne faut pas oublier de **« croiser » la lecture du balancier** pour aller dans le sens de notre postulat de départ (il y a plus de garçons que de filles). En effet, l'écart à la moyenne est **inversement proportionnel** au nombre d'élèves.

5 Révisions
Proportionnalité, règle de trois

1 La règle de trois

Le **produit en croix**, ou **règle de trois**, est une méthode généralement bien connue des étudiants qui l'utilisent dès lors qu'il faut déterminer une **quatrième proportionnelle**.

Exemple :

- 3 croissants coûtent 2,85 €, combien coûtent 5 croissants ?

Nombre de croissants	3	5
Prix (en €)	2,85	X

On se place dans une situation de proportionnalité (le prix payé est proportionnel à la quantité achetée) et on applique la règle de trois, aussi appelé le produit en croix :

$$3\times X = 5\times 2{,}85 \Leftrightarrow X = \frac{5\times 2{,}85}{3} = \frac{14{,}25}{3} = 4{,}75$$

Donc 5 croissants coutent 4,75 €.

2 Proportionnalité inverse

Dans une situation de **proportionnalité inverse** dans laquelle X et Y sont des grandeurs **inversement proportionnelles,** les valeurs de Y s'obtiennent en multipliant l'inverse de X par un même réel k : $Y = k\times\frac{1}{X}$

Exemple :

- Si 30 ouvriers mettent 56 jours à construire un pont, combien de temps mettront 12 ouvriers pour construire le même pont ?

Le temps de travail et le nombre d'ouvriers employés sont des grandeurs inversement proportionnelles : plus j'emploie d'ouvriers, moins il faudra de temps pour construire le pont.

Nombre d'ouvriers	Nombre de jours
30	56
12	$X = 140$

Si le nombre d'ouvriers est multiplié par $\frac{12}{30}$ alors le nombre de jours est multiplié par $\frac{30}{12}$: $X = 56\times\frac{30}{12} = 140$ *jours.*
On peut aussi raisonner de cette manière :

Révisions

- 30 ouvriers → 56 jours.
- 1 ouvrier → $56 \times 30 = 1\,680$ jours car il lui faut 30 fois plus de temps seul qu'accompagné de ses 29 collègues.
- 12 ouvriers → $\frac{1680}{12} = 140$ jours car à 12 ouvriers, ils iront 12 fois plus vite qu'un ouvrier tout seul donc le nombre de jours est divisé par 12.

a. Règle de trois appliquée à la productivité

Dans ce type de problèmes, vous serez confrontés à une série plus ou moins longue de rapports de proportionnalité directe ou inverse. Il faut bien comprendre **le lien (direct ou inverse)** qui existe entre ce que vous recherchez et les données de l'énoncé.

Pour ceux qui ont du mal avec la proportionnalité composée, notamment quand il s'agit de savoir si la proportionnalité entre deux grandeurs est directe ou inverse, la **formule** exposée ci-après pourra être adaptée à de nombreux problèmes du genre.

Exemple détaillé :

- Si 9 artisans fabriquent 12 chaises en 8 jours, combien de chaises 24 artisans fabriqueront ils en 30 jours ?

L'idée sous-jacente à ce problème est que la **productivité journalière** d'un ouvrier est **constante**. La productivité d'un opérateur c'est la quantité de travail qu'il peut fournir en un temps donné.

Ainsi, la productivité par jour et par opérateur dans le groupe de 9 artisans est la même que celle dans le groupe de 24 artisans. On peut donc écrire :

$$\boldsymbol{\frac{Q_1}{W_1 T_1} = \frac{Q_2}{W_2 T_2}}$$

Avec :

- Q_1 et Q_2 la quantité de chaises produites par chaque groupe d'artisans.
- W_1 et W_2 le nombre de travailleurs dans chaque groupe.
- T_1 et T_2 le temps qu'il a fallu à chaque groupe pour produire ce qu'il a produit.

En l'occurrence ici on doit déterminer la valeur de Q_2 :

$$Q_2 = \frac{Q_1 W_2 T_2}{W_1 T_1} = \frac{12 \times 24 \times 30}{9 \times 8} = 120$$

24 artisans fabriqueront 120 chaises en 30 jours.

Les pourcentages

Pour appliquer un **taux de t %** à un nombre, à une quantité ou à un volume, il faut **multiplier** ce nombre/quantité/volume **par la valeur** $\frac{t}{100}$.

Pour déterminer la valeur du pourcentage (t %) représentée par la partie d'un ensemble (partie d'une quantité, d'un nombre, d'un volume...) on utilise la relation :

$$t\ \% = \frac{\text{Valeur de la partie}}{\text{Valeur de l'ensemble}} \times 100$$

Exemple :

- Lors de l'assemblée des actionnaires d'une entreprise, sur les 25 personnes assises autour de la table, il y a 12 femmes. Quel est le pourcentage de femmes siégeant à cette assemblée ?

$$\text{Pourcentage de femmes en } \% = \frac{\text{nombre de femmes de l'assemblée}}{\text{nombre de personnes de l'assemblée}} = \frac{12}{25}$$

$$= \frac{4\times 12}{4\times 25} = \frac{48}{100} = 48\ \%$$

1 Augmentation et diminution en pourcentage

Quand on **augmente/diminue un nombre N de a %** on ajoute/ôte a % de sa valeur à sa valeur initiale (Vi). Ce nombre augmenté de a % vaut $N + \frac{a}{100} \times N$ soit sa valeur finale (Vf).

Ainsi, cela revient à multiplier ce nombre par : $\times\left(1 \pm \frac{a}{100}\right)$

Exemple :

- Un gramme d'or valait 50 € avant que son cours augmente de 2 %. Quel est le nouveau prix du gramme d'or ?

Le nouveau prix se calcule comme : $50\times(1+2\%) = 50\times\left(1+\frac{2}{100}\right) = 50\times 1{,}02 = 51$ €.

La valeur $\left(1 \pm \frac{a}{100}\right)$ correspond au **coefficient multiplicateur** (abrégé CM par la suite) :

- Quand le CM est supérieur à 1, il s'agit d'une augmentation.
- Quand le CM est inférieur à 1, il s'agit d'une diminution.