MÉMO RÉVISIONS

PASS

CONFORME À LA RÉFORME

PHYSIQUE, BIOPHYSIQUE, CHIMIE, MATHÉMATIQUES, BIOSTATISTIQUES

MÉMO RÉVISIONS

PASS

CONFORME À LA RÉFORME

PHYSIQUE, BIOPHYSIQUE, CHIMIE, MATHÉMATIQUES, BIOSTATISTIQUES

UE 1Chimie générale, Chimie organique, Biochimie ;
UE 3 Physique, Biophysique ;
UE 4 Probabilités et Statistique.

EDISCIENCE

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.
Le Code de la propriété intellectuelle du 1er juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.
Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).

© Dunod, 2020
11, rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com
ISBN 978-2-10-080986-8

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).
Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

Partie 1 – Physique – Biophysique

Chapitre 1. Mécanique 3

1 Cinématique 3
2 Mouvements relatifs et absolus 6
3 Lois générales et théorèmes 7
4 Chocs entre deux particules 14
5 Mouvement d'une particule chargée dans un champ uniforme 17

Chapitre 2. Thermodynamique 21

1 Paramètres d'état d'un système – Transformations 21
2 Théorie cinétique 22
3 Coefficients thermoélastiques 24
4 Propriétés des gaz aux faibles pression 25
5 Modèle du gaz parfait 26
6 Cas des gaz réels – Équation de Van Der Walls 27
7 Libre parcours moyen – Section efficace 27
8 Les différentes transformations 28
9 Échanges d'énergie 28
10 Changements de phases d'un corps pur 32
11 Thermodynamique chimique 35
12 Propriétés physiques des solutions – Lois de Raoult 38
13 Machines thermiques 40

© Dunod. La photocopie non autorisée est un délit.

Chapitre 3. Transports transmembranaires **43**

1 Phénomènes de transport 43
2 Équilibre à travers une membrane 45
3 Les phénomènes électriques 46
4 Ultrafiltration 47

Chapitre 4. Mécanique des fluides **49**

1 Statique des fluides ou hydrostatique 49
2 Dynamique des fluides 50
3 Dynamique des fluides réels 52

Chapitre 5. Les phénomènes de surface **55**

1 Tension superficielle des liquides 55
2 Liquide en contact d'un solide - Angle de raccordement 57
3 Ascension capillaire - Loi de Jurin 58

Chapitre 6. Électrostatique-Électrocinétique **59**

1 Champ et potentiel électrostatique 59
2 Le dipôle électrostatique 62
3 Flux du vecteur champ électrique 63
4 Électrocinétique 65
5 Conductivité - Mobilité 70
6 Énergie électrique 71

Chapitre 7. Condensateurs – Capacité **73**

1 Capacité de différents condensateurs 73
2 Groupements de condensateurs 75

Chapitre 8. Électromagnétisme **76**

1 Force de Laplace 76
2 Champ d'induction magnétique créé par un élément de courant 76

3 Flux d'induction magnétique 79
4 Action d'un champ magnétique $\vec{B}$ sur un circuit fermé 79

Chapitre 9. Réponses d'un circuit R,C à un échelon de tension 82

1 L'échelon de tension 82
2 Le dipôle R,C 82

Chapitre 10. Les ondes 86

1 Propagation des ondes 86
2 Ondes stationnaires 89
3 L'effet Doppler-Fizeau 90
4 Ondes électromagnétiques 91

Chapitre 11. Interférences – Diffraction 93

1 Quelques dispositifs interférentiels 93
2 Interférences constructive et destructive 94
3 Diffraction 96

Chapitre 12. Optique géométrique 99

1 Indices de réfraction 99
2 Les lois de Snell-Descartes 99
3 Objet et image 100
4 Dioptres 102
5 Systèmes centrés 106
6 Les lentilles 106
7 Les différentes sortes de lentilles 107
8 Marche des rayons lumineux 108

Chapitre 13. L'œil 109

1 Constitution 109
2 Champ de l'œil-accomodation 109
3 Pouvoir séparateur de l'œil 110
4 Les défauts de l'œil 110

© Dunod. La photocopie non autorisée est un délit.

Chapitre 14. Sons et ultrasons - Physique acoustique **111**

1 Propagation des sons 111
2 Ondes sonores et audition 114
3 L'audition subjective 118
4 Formation des échos - Impédance acoustique 119
5 Atténuation du faisceau ultrasonore 121
6 L'échographie Doppler 122

Chapitre 15. Le photon **123**

1 Particules de grande énergie 123
2 L'effet photoélectrique 124

Chapitre 16. Niveaux d'énergie dans un atome **126**

1 L'atome de Bohr – Niveaux d'énergie des électrons 126
2 Spectres des atomes – Cas de l'atome d'hydrogène 128

Chapitre 17. Le laser – Oscillateur à fréquence optique **130**

1 Caractéristiques d'un faisceau laser 130
2 Principe de fonctionnement 130
3 Quelques applications du laser 134

Chapitre 18. Interactions des rayonnements avec la matière **135**

1 Les interactions des particules chargées avec la matière 135
2 Atténuation des rayons X et γ 137
3 La production des rayons X 139

Chapitre 19. Le noyau atomique **143**

Chapitre 20. Biophysique des solutions **152**

1 Concentrations 152
2 Dissolution d'un gaz dans un liquide 153

3 Miscibilité des liquides 154
4 Conductivité 154
5 Électrolytes 154
6 Concentration molaire particulaire ou osmolarité 155
7 Concentration équivalente 155
8 Coefficient d'ionisation de Van't Hoof 156
9 Diagramme de Davenport et troubles acido-basiques . . . 156

Partie 2 – Chimie

Chapitre 21. Atomistique 163

1 Modèle actuel de l'atome 163
2 Atome polyélectronique 168

Chapitre 22. Classification périodique 171

1 Classification historique 171
2 Classification actuelle 171
3 Périodicité des propriétés chimiques 173

Chapitre 23. Cinétique chimique 179

1 Vitesse et avancement de réaction 179
2 Ordres des réactions : relations vitesses, concentrations, temps 181
3 Cas de réactions à ordres simples 182
4 Dégénérescence de l'ordre 185
5 Réactifs en proportions stœchiométriques 186
6 État stationnaire de Bodenstein 187
7 Détermination des vitesses et des ordres 187
8 Constante de vitesse k 188
9 Catalyse 190
10 Catalyse enzymatique 190

© Dunod. La photocopie non autorisée est un délit.

Chapitre 24. Thermochimie **196**

1 Définitions de base de la thermodynamique 196
2 Notion de chaleur Q 197
3 Chaleurs de réaction : enthalpie de réaction 197
4 Enthalpies de liaison 200

Chapitre 25. La liaison chimique – Propriétés électriques des molécules **202**

1 Modèle de Lewis 202
2 Structure tridimensionnelle des molécules : théorie de Gillespie ou V.S.E.P.R. 205
3 Polarité des molécules 207
4 Interactions faibles 209
5 Édifices ionique – liaison ionique 212
6 Modèle ondulatoire de la liaison chimique 213
7 Hybridation des orbitales 220

Chapitre 26. Acides et bases **222**

1 Généralités 222
2 Équilibres acido-basique 223
3 Le pH 225
4 Calculs du pH 226
5 Solutions tampon 228

Chapitre 27. Équilibres de solubilité **229**

1 Équilibre de solubilité 229
2 Facteurs influençant la solubilité 230

Chapitre 28. Équilibres d'oxydoréduction **231**

1 Généralités 231
2 Le nombre d'oxydation NO 232
3 Piles électrochimiques 233
4 Relation de Nernst 234
5 Mesure des potentiels ; types d'électrodes 236

Chapitre 29. Formules et représentations des molécules **238**

1 Détermination des liaisons 238
2 Formules planes 238
3 Représentations tridimensionnelles 241

Chapitre 30. Isoméries, stéréoisoméries **245**

1 Isoméries planes 245
2 Stéréoisoméries 246
3 Isoméries de conformation 251

Chapitre 31. Les halogénoalcanes – Mécanismes de substitution nucléophile SN1 et SN2 – Mécanismes d'élimination E1 et E2 . . . . . **254**

1 Liaison carbone-halogène 254
2 Nucléophilie 255
3 Substitution nucléophile 255
4 Compétition SN1 – SN2 257
5 Élimination E1-E2 257
6 Compétition SN – E 259

Chapitre 32. Les alcènes et les polymères **260**

1 Généralités et présentation 260
2 Additions électrophiles 262
3 Additions radicalaires 264
4 Hydroboration 265
5 Hydrogénation catalytique 266
6 Halogénation 268
7 Oxydation des alcènes 270
8 Polymères 274

Chapitre 33. Les alcools **277**

1 Présentation 277
2 Oxydation des alcools 280
3 Synthèse des éthers-oxydes dite synthèse de Williamson 281

© Dunod. La photocopie non autorisée est un délit.

4 Synthèse des halogénoalcanes 282
5 Déshydratation intra moléculaire 283
6 Déshydratation inter moléculaire 284

Chapitre 34. Acides carboxyliques et dérivés 285

1 Présentation 285
2 Synthèse des fonctions dérivées des acides carboxyliques : activation 288
3 Hydrolyse des esters en milieu basique : saponification 289

Chapitre 35. Dérivés carbonylés : aldéhydes et cétones 291

1 Présentation 291
2 Acétalisation – Cétalisation 293
3 Hydratation 295
4 Réduction du carbonyle 295
5 Allongement des chaînes carbonées 296
6 Aldolisation – Cétolisation – Crotonisation 297

Chapitre 36. Les hydrocarbures aromatiques 301

1 Présentation 301
2 Substitutions électrophiles aromatiques 302
3 Polysubstitutions aromatiques 304

Chapitre 37. Les organomagnésiens 306

1 Généralités 306
2 Propriétés basiques 307
3 Substitutions nucléophiles 307
4 Additions nucléophiles 308

Chapitre 38. Les amines 309

1 Généralités 309
2 Propriétés nucléophiles 310

Partie 3 – Mathématiques – Probabilités et statistique

Chapitre 39. Analyse **315**

1 Opérations sur les nombres 315
2 Équations et inéquations 316
3 Fonctions 317
4 Dérivées - Différentielles 318
5 Étude de la variation d'une fonction 321
6 Intégrales 322
7 Équations différentielles 324
8 Quelques courbes importantes en biologie 327
9 Suites 328
10 Séries 329
11 Développement de fonctions en séries entières 331

Chapitre 40. Trigonométrie **333**

1 Fonctions trigonométriques 333
2 Formulaire 334

Chapitre 41. Probabilités et statistique **337**

1 Probabilités 337
2 Statistique 348

Tableaux **352**

Index **357**

© Dunod. La photocopie non autorisée est un délit.

Partie 1
PHYSIQUE BIOPHYSIQUE

Mécanique 1

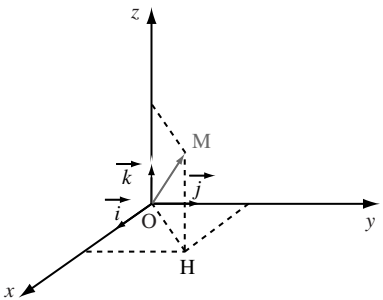
1 CINÉMATIQUE

En coordonnées cartésiennes

Vecteur position

$$\overrightarrow{OM} = \vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$$

(x, y, z) : coordonnées du point M



Vecteur vitesse

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dot{x}\,\vec{i} + \dot{y}\,\vec{j} + \dot{z}\,\vec{k}$$

$$\left|\begin{array}{l} \dot{x} = \dfrac{dx}{dt} \\ \dot{y} = \dfrac{dy}{dt} \\ \dot{z} = \dfrac{dz}{dt} \end{array}\right.$$

Vecteur accélération

$$\vec{a} = \frac{\vec{dv}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \ddot{x}\,\vec{i} + \ddot{y}\,\vec{j} + \ddot{z}\,\vec{k}$$

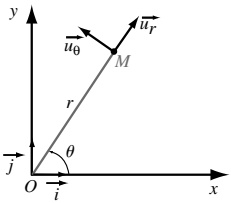
$$\left|\begin{array}{l} \ddot{x} = \dfrac{d^2x}{dt^2} \\ \ddot{y} = \dfrac{d^2y}{dt^2} \\ \ddot{z} = \dfrac{d^2z}{dt^2} \end{array}\right.$$

En coordonnées polaires planes

Vecteur position

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{r} = r\overrightarrow{u_r}$ | $\overrightarrow{r}$: rayon vecteur
θ : angle polaire

O : origine ou pôle
Ox : axe polaire
$(\overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta})$: base locale mobile, orthonormée directe, liée au point M



Relation entre coordonnées cartésiennes et coordonnées polaires

$$\left| \begin{array}{l} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{array} \right. \quad \text{avec } x^2 + y^2 = r^2$$

Vecteur vitesse

$$\overrightarrow{v} = \frac{\overrightarrow{dr}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(r\overrightarrow{u_r}\right) = \frac{dr}{dt}\overrightarrow{u_r} + r\frac{d\overrightarrow{u_r}}{dt} = \dot{r}\overrightarrow{u_r} + r\dot{\theta}\overrightarrow{u_\theta}$$

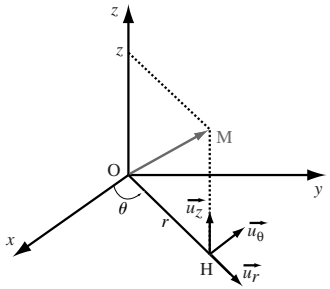
Vecteur accélération

$$\overrightarrow{a} = \frac{\overrightarrow{dv}}{dt} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\overrightarrow{u_r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\overrightarrow{u_\theta}$$

En coordonnées cylindriques

Vecteur position

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HM} = \overrightarrow{r} = r\overrightarrow{u_r} + z\overrightarrow{u_z}$
$(\overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta}, \overrightarrow{u_z})$: base orthonormée directe mobile liée au point H
$(r,\ \theta,\ u_z)$: coordonnées cylindriques du point M



Vecteur vitesse

$$\vec{v} = \frac{\overrightarrow{dOM}}{dt} = \dot{r}\vec{u_r} + r\dot{\theta}\vec{u_\theta} + \dot{z}\vec{u_z}$$

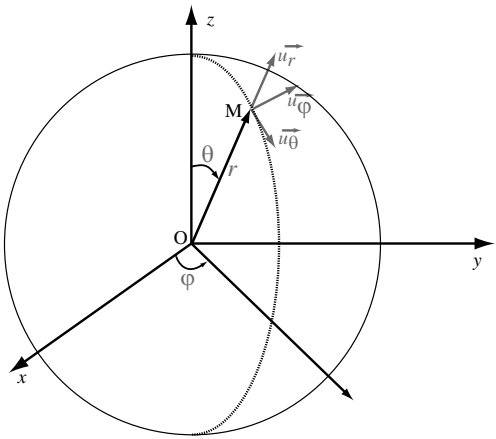
Vecteur accélération

$$\vec{a} = \frac{\vec{dv}}{dt} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{u_r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{u_\theta} + \ddot{z}\vec{u_z}$$

En coordonnées sphériques

Vecteur position

$$\overrightarrow{OM} = \vec{r} = r\vec{u_r}$$



$$\vec{u_r}\begin{pmatrix}\sin\theta\cos\varphi\\ \sin\theta\sin\varphi\\ \cos\theta\end{pmatrix}$$

$$\vec{u_\theta}\begin{pmatrix}\cos\theta\cos\varphi\\ \cos\theta\sin\varphi\\ -\sin\theta\end{pmatrix}$$

$$\vec{u_\varphi}\begin{pmatrix}-\sin\varphi\\ \cos\varphi\\ 0\end{pmatrix}$$

Correspondance entre coordonnées cartésiennes et coordonnées sphériques

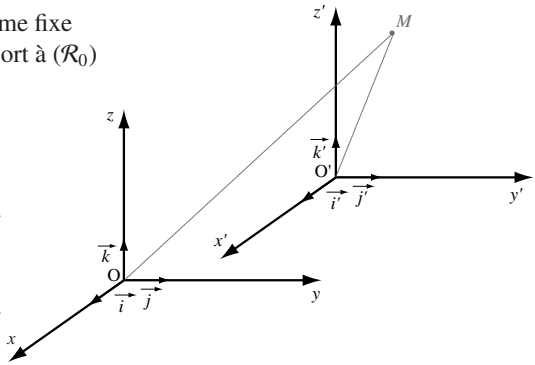
$$\begin{aligned} x &= r\sin\theta\cos\varphi \\ y &= r\sin\theta\sin\varphi \\ z &= r\cos\theta \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} \theta \in [0,\ \pi] \\ \varphi \in [0,\ 2\pi] \end{array} \right.$$

© Dunod. La photocopie non autorisée est un délit.

2 MOUVEMENTS RELATIFS ET ABSOLUS

($\mathcal{R}_0$) : référentiel considéré comme fixe
($\mathcal{R}$) : référentiel mobile par rapport à ($\mathcal{R}_0$)

Si M est un point mobile dans ($\mathcal{R}$), on appelle :
- mouvement relatif, le mouvement de M par rapport à ($\mathcal{R}$),
- mouvement absolu, le mouvement de M par rapport à ($\mathcal{R}_0$),
- mouvement d'entraînement, le mouvement de ($\mathcal{R}$) par rapport à ($\mathcal{R}_0$).



Composition des vitesses

$$\overrightarrow{v_a} = \overrightarrow{v_r} + \overrightarrow{v_e}$$

$$\overrightarrow{v_a} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \overrightarrow{v(M)}/(\mathcal{R}_0)$$

$$\overrightarrow{v_r} = \frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt} = \overrightarrow{v(M)}/(\mathcal{R})$$

$$\overrightarrow{v_e} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} = \overrightarrow{v}(\mathcal{R})/(\mathcal{R}_0)$$

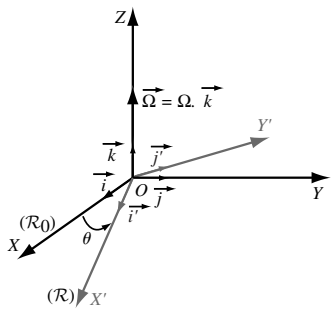
Composition des accélérations

Le mouvement d'entraînement est rectiligne sans rotation de ($\mathcal{R}$)

$$\overrightarrow{a_a} = \overrightarrow{a_r} + \overrightarrow{a_e}$$

($\mathcal{R}$) est en rotation par rapport à ($\mathcal{R}_0$)

$$\overrightarrow{a_a} = \overrightarrow{a_r} + \overrightarrow{a_e} + \overrightarrow{a_c} \left| \begin{array}{l} \overrightarrow{a_a} = \dfrac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} \\ \overrightarrow{a_r} = \dfrac{d^2\overrightarrow{O'M}}{dt^2} \\ \overrightarrow{a_e} = \dfrac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2} \\ \overrightarrow{a_c} = 2\overrightarrow{\Omega} \wedge \overrightarrow{v_r} \end{array} \right.$$



$\overrightarrow{\Omega}$: vecteur rotation

3 LOIS GÉNÉRALES ET THÉORÈMES

Vecteur quantité de mouvement

Cas d'un point matériel

$$\overrightarrow{p} = m\overrightarrow{v}$$

$\overrightarrow{p}$: vecteur quantité de mouvement
m : masse du point matériel
$\overrightarrow{v}$: vecteur vitesse du point matériel

Cas d'un système

$$\overrightarrow{p} = m\overrightarrow{v_G}$$

$\overrightarrow{p}$: vecteur quantité de mouvement
$m = \sum_i m_i$: masse totale du système
$\overrightarrow{v_G}$: vecteur vitesse du centre d'inertie

Principe d'inertie (1re loi de Newton)

Le centre d'inertie d'un solide (pseudo) isolé est tel que :
- s'il est au repos, il reste au repos ;
- s'il est en mouvement, son mouvement est rectiligne uniforme.

$$\sum \overrightarrow{f_{ext}} = \overrightarrow{0} \Longrightarrow \begin{array}{c} \text{système isolé} \\ \text{ou} \\ \text{pseudo-isolé} \end{array} \Longrightarrow \begin{array}{l} \overrightarrow{v_G} = \overrightarrow{cste} \\ \left(\overrightarrow{p} = \overrightarrow{cste}\right) \end{array}$$

© Dunod. La photocopie non autorisée est un délit.

Théorème du centre d'inertie (2e loi de Newton)

$$m\overrightarrow{a_G} = \sum \overrightarrow{f_{ext}}$$

m : masse du solide
$\overrightarrow{a_G}$: vecteur accélération du centre d'inertie
$\sum \overrightarrow{f_{ext}}$: ensemble des forces s'exerçant sur le solide

Principe des actions réciproques (3e loi de Newton)

Si un système (A) exerce sur un système (B) une force $\overrightarrow{F_{A/B}}$ alors (B) exerce sur (A) une force $\overrightarrow{F_{B/A}}$ telle que :

$$\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}}$$

Ce principe est vrai, que (A) et (B) soient au repos ou en mouvement.

Les actions à distance

Les interactions fondamentales de l'Univers

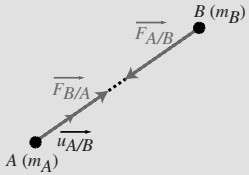
- Les différentes interactions
  - L'interaction nucléaire forte : elle est de courte portée (1 fm) et agit sur les particules possédant une charge, les quarks, ainsi que les particules constituées de quarks (les hadrons : neutrons et protons).
  - L'interaction électromagnétique : d'intensité de l'ordre du 1/100 par rapport à l'interaction nucléaire forte. Elle est de portée infinie et agit sur toute particule chargée.
  - L'interaction gravitationnelle : elle est de portée infinie, d'intensité relative 10^{-39}, et agit sur toute particule possédant une « masse gravitationnelle ».

- Domaines d'action

Types d'interaction	Domaine d'action
interaction nucléaire forte	nucléons dans les noyaux
interaction électromagnétique	atomes et molécules
interaction gravitationnelle	astres et planètes

Loi d'interaction gravitationnelle (loi de Newton)

$$\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}} = -G\frac{m_A m_B}{r_{AB}^2}\overrightarrow{u_{AB}}$$



m_A : masse du point matériel A

m_B : masse du point matériel B

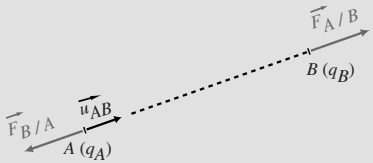
G : constante de gravitation en $N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$

r_{AB} : distance entre A et B

$\overrightarrow{u_{AB}}$: vecteur unitaire dirigé de A vers B

Loi d'interaction électrostatique (loi de Coulomb)

$$\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_A q_B}{r_{AB}^2}\overrightarrow{u_{AB}}$$



(cas où $q_A.q_B > 0$)

q_A : charge du point matériel A

q_B : charge du point matériel B

ϵ_0 : permittivité du vide en $m \cdot F^{-1}$

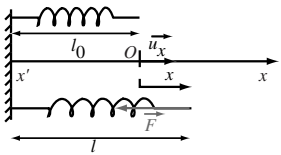
r_{AB} : distance entre A et B

$\overrightarrow{u_{AB}}$: vecteur unitaire dirigé de A vers B

Quelques actions de contact

Action exercée par un ressort

$$\overrightarrow{F} = -kx\overrightarrow{u_x} \text{ soit } F = k|x|$$



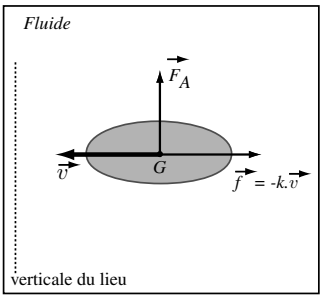
F : tension du ressort en N

x : allongement en m
- $x > 0$: ressort étiré,
- $x < 0$: ressort comprimé

k : constante de raideur du ressort en $N \cdot m^{-1}$

© Dunod. La photocopie non autorisée est un délit.

Action exercée par un fluide sur un solide



Poussée d'Archimède

$\vec{F_A} = -m_{f.d}\,\vec{g}$: poussée d'Archimède

$m_{f.d}$: masse du fluide déplacé

Force de frottement fluide (cas des faibles vitesses)

$\vec{f} = -k\vec{v}$: vecteur force de frottement

$\vec{v}$: vecteur vitesse

$\vec{g}$: champ de pesanteur

Dans le cas d'un solide sphérique, la force de frottement fluide est donnée par :

$\vec{f} = -6\pi\eta r\vec{v}$ (loi de Stokes)

η : coefficient de viscosité du fluide en Pa · s

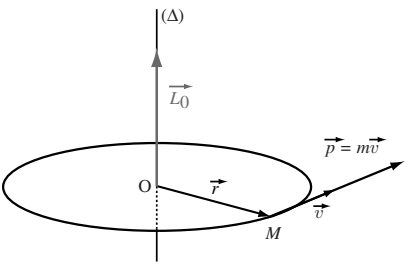
r : rayon de la sphère en m

$\vec{v}$: vecteur vitesse du centre d'inertie du solide

Moment cinétique

Moment cinétique en un point O :

$$\vec{L_O} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{p} = m\overrightarrow{OM} \wedge \vec{v}$$



m : masse en kg

L_O : moment cinétique en kg · m^2 · s^{-1}

p : quantité de mouvement en kg · m · s^{-1}

v : vitesse en m · s^{-1}

La grandeur $\vec{L_O}$, comme la vitesse $\vec{v}$, dépend du référentiel dans lequel elle est définie.

Théorème du moment cinétique

$$\left(\frac{d\vec{L_O}}{dt}\right)_{(\mathcal{R}_0)} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F} = \mathcal{M}_O(\vec{F})$$

$\vec{L_O}$: moment cinétique au point O

$\mathcal{M}_O(\vec{F})$: moment de la force $\vec{F}$ au point O

Travail d'une force

Travail élémentaire

$$\delta W = \vec{F}.\vec{dl}$$

δW : travail élémentaire entre t et $t + dt$
$\vec{F}$: vecteur force
$\vec{dl}$: vecteur déplacement élémentaire

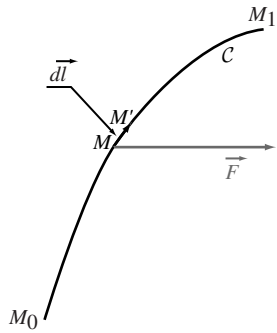
Travail d'une force $\vec{F}$ le long d'une courbe C

$$W(\vec{F})_{M_0 \to M_1} = \int_{M_0}^{M_1} \vec{F}.\vec{dl}$$

avec

$$\vec{dl} = \overrightarrow{MM'} = \vec{v}\,dt$$

$W(\vec{F})_{M_0 \to M_1}$: travail en J



Puissance d'une force

$$\mathcal{P} = \frac{\delta W}{dt} = \vec{F}.\vec{v}$$

$\mathcal{P}$: puissance de la force $\vec{F}$ en W
$\vec{F}$: force
$\vec{v}$: vecteur vitesse

Énergie cinétique

Pour un point matériel M_i

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

$\mathcal{E}_c$: énergie cinétique en J
m_i : masse du point matériel M_i en kg
v_i : vitesse du point matériel M_i en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

© Dunod. La photocopie non autorisée est un délit.

Pour un solide en translation

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2}\left(\sum_i m_i\right)v_G^2 = \frac{1}{2}mv_G^2$$

$\mathcal{E}_c$: énergie cinétique en J

$m = \left(\sum_i m_i\right)$: masse du solide en kg

v_G : vitesse du centre d'inertie en $m \cdot s^{-1}$

Pour un solide en rotation

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2}J_\Delta\omega^2$$

$\mathcal{E}_c$: énergie cinétique en J

$J_\Delta = \sum_i m_i r_i^2$: moment d'inertie du solide par rapport à l'axe (Δ), en $kg \cdot m^2$

ω : vitesse angulaire du solide en $rad \cdot s^{-1}$

Théorème de l'énergie cinétique

Entre les instants t et $t + dt$

$$d\mathcal{E}_c = \mathcal{P}dt = \delta W$$

$\mathcal{E}_c$: énergie cinétique

W : travail des forces appliquées au système

$\mathcal{P}$: puissance des forces appliquées au système

Entre deux instants quelconques t_1 et t_2

$$\Delta\mathcal{E}_c = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}.\vec{v}\,dt = \sum_i W(\vec{F})$$

$\Delta\mathcal{E}_c$: variation de l'énergie cinétique

$\sum_i W(\vec{F})$: travail des forces appliquées au système

Force conservative

Une force $\vec{F}$ est dite force conservative s'il existe une fonction $\mathcal{E}_p$ dépendant uniquement des coordonnées de position telle que :

$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}\mathcal{E}_p, \text{ soit } d\mathcal{E}_p = -\vec{F} \cdot \vec{dl}$$

Énergie potentielle

Énergie potentielle de pesanteur

$$\mathcal{E}_{pp} = mgz + cste$$

$\mathcal{E}_{pp}$: énergie potentielle de pesanteur en J
m : masse du système en kg
g : accélération de la pesanteur en $m \cdot s^{-2}$
z : côte du centre d'inertie du système en m

Énergie potentielle élastique

$$\mathcal{E}_{pe} = \frac{1}{2}kx^2$$

$\mathcal{E}_{pe}$: énergie potentielle élastique en J
k : constante de raideur du ressort en $N \cdot m^{-1}$
x : allongement du ressort en m

Énergie potentielle électrique

$$\mathcal{E}_{pel} = qV$$

$\mathcal{E}_{pel}$: énergie potentielle électrique en J
q : charge en C
V : potentiel au point où se trouve la charge q, en V

Énergie potentielle gravitationnelle

$$\mathcal{E}_{pg} = -G\frac{mm'}{r} + cste$$

$\mathcal{E}_{pg}$: énergie potentielle gravitationnelle en J
m et m' : masses en interaction en kg
G : constante universelle de gravitation en $N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$
r : distance entre les deux masses en m

Énergie mécanique

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_p$$

$\mathcal{E}_m$: énergie mécanique
$\mathcal{E}_c$: énergie cinétique
$\mathcal{E}_p$: énergie potentielle

© Dunod. La photocopie non autorisée est un délit.

4 CHOCS ENTRE DEUX PARTICULES

Impulsion-Percusssion

Pour une particule de masse m et animée d'une vitesse $\overrightarrow{v}$ à l'instant t.

$$\overrightarrow{I} = \int_{t_1}^{t_2} \overrightarrow{F} dt$$

$\overrightarrow{F}$: résultante des forces agissant sur la particule entre les instants t et $t + \Delta t$
$\overrightarrow{I}$: Impulsion de la force $\overrightarrow{F}$

- Si $\overrightarrow{F}$ reste constante dans l'intervalle de temps $\Delta t = t_2 - t_1$ et si Δt est très petit alors $\overrightarrow{I}$ est appelé percussion.
- Comme $\overrightarrow{F} = \dfrac{d\overrightarrow{p}}{dt}$, alors :

$$\overrightarrow{I} = \int_{t_1}^{t_2} d\overrightarrow{p} = \Delta\overrightarrow{p}$$

L'impulsion reçue par un point matériel est égale à la variation de la quantité de mouvement de ce point matériel.

Chocs entre deux particules

Soient deux particules (1) et (2) de masses m_1 et m_2.
Si les deux particules viennent à se rencontrer, on dit qu'il y a **collision** ou **choc entre les deux particules.**

Au cours d'un choc :

$$\frac{\overrightarrow{dp_1}}{dt} + \frac{\overrightarrow{dp_2}}{dt} = \overrightarrow{0}$$

soit

$$\overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2} = \overrightarrow{cste}$$

$\overrightarrow{p_1} = m_1\overrightarrow{v_1}$: vecteur quantité de mouvement de la particule (1) de masse m_1
$\overrightarrow{p_2} = m_2\overrightarrow{v_2}$: vecteur quantité de mouvement de la particule (2) de masse m_2

Le système constitué par deux particules qui entrent en collision est un système isolé.

$$\underbrace{\overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2}}_{\text{(avant le choc)}} = \underbrace{\overrightarrow{p'_1} + \overrightarrow{p'_2}}_{\text{(après le choc)}}$$

$\overrightarrow{p_1}$: vecteur quantité de mouvement de la particule (1) avant le choc

$\overrightarrow{p_2}$: vecteur quantité de mouvement de la particule (2) avant le choc

$\overrightarrow{p'_1}$: vecteur quantité de mouvement de la particule (1) après le choc

$\overrightarrow{p'_2}$: vecteur quantité de mouvement de la particule (2) après le choc

Chocs élastiques et chocs inélastiques

- Choc élastique

$$\underbrace{\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_1v_2^2}_{\text{(avant le choc)}} = \underbrace{\frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_1v_2'^2}_{\text{(après le choc)}}$$

soit

$$\frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} = \frac{p_1'^2}{2m'_1} + \frac{p_2'^2}{2m'_2}$$

Au cours d'un choc élastique, outre la conservation de la quantité de mouvement, il y a conservation de l'énergie cinétique.

1. Lorsque les particules après le choc sont identiques aux particules initiales, on a un processus de « diffusion » et on parle alors de **diffusion élastique**.
2. Dans le cas de particules chargées, il y a conservation de la charge électrique.

- Choc inélastique

Au cours d'un choc inélastique, il y a dissipation de l'énergie.

Au cours d'un choc inélastique, il n'y pas conservation de l'énergie cinétique.

Choc central élastique

Un choc entre deux particules est dit central ou « de plein fouet » si les vecteurs vitesses avant et après le choc sont des vecteurs colinéaires.

© Dunod. La photocopie non autorisée est un délit.

$$\begin{cases} v'_{1x} = \dfrac{2m_2v_{2x} + (m_1 - m_2)v_{1x}}{m_1 + m_2} \\ \text{et} \\ v'_{2x} = \dfrac{2m_1v_{1x} - (m_1 - m_2)v_{2x}}{m_1 + m_2} \end{cases}$$

v_{1x} : vitesse de la particule (1) avant le choc

v_{2x} : vitesse de la particule (2) avant le choc

v'_{1x} : vitesse de la particule (1) après le choc

v'_{2x} : vitesse de la particule (2) après le choc

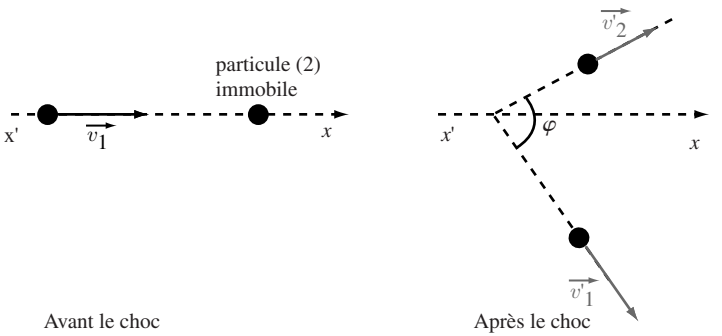
Cas particuliers :

1. Avant le choc, la particule cible est immobile, soit $v_{2x} = 0$ alors

$$v'_{1x} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_{1x}$$

$$v'_{2x} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_{1x}$$

$\varphi = (\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2})$: angle de diffusion



Avant le choc Après le choc

2. Les deux particules se heurtent avec des vitesses opposées, soit

$$v_{1x} = -v_{2x}$$

Si de plus $m_1 = m_2$, alors

$$v'_{1x} = v_{2x} = -v_{1x} \quad \text{et} \quad v'_{2x} = v_{1x}$$