

Sous la direction de **Bernard Latorre**
Corinne Berland, François de Dieuleveult, Christophe Delabie,
Sylvain Dupont-Legendre, Olivier Français, Patrick Poulichet,
Jordan Roy

ÉLECTRONIQUE ANALOGIQUE

Composants et systèmes complexes

2^e ÉDITION

DUNOD

NOUS NOUS ENGAGEONS EN FAVEUR DE L'ENVIRONNEMENT :



Nos livres sont imprimés sur des papiers certifiés pour réduire notre impact sur l'environnement.



Le format de nos ouvrages est pensé afin d'optimiser l'utilisation du papier.



Depuis plus de 30 ans, nous imprimons 70 % de nos livres en France et 25 % en Europe et nous mettons tout en œuvre pour augmenter cet engagement auprès des imprimeurs français.



Nous limitons l'utilisation du plastique sur nos ouvrages (film sur les couvertures et les livres).

Table des matières

Présentation des auteurs	VII
Avant-propos	IX
1 Grandeurs physiques et électriques	1
1.1 Lois fondamentales et définitions	1
1.2 Notions de mathématiques	8
2 Matériaux et composants passifs	21
2.1 Électron et matériaux. Milieu conducteur et semi-conducteur	21
2.2 Fiabilité des composants. Généralités	25
2.3 Résistances linéaires	27
2.4 Potentiomètres	32
2.5 Condensateurs fixes et variables	33
2.6 Bobines	37
2.7 Le quartz	43
3 Réseaux électriques	47
3.1 Réseaux élémentaires	47
3.2 Analyse d'un réseau	49
3.3 Quadripôles passifs	55
3.4 Réseaux à résistances	60
3.5 Circuits couplés	62
4 Semi-conducteurs et diodes	67
4.1 Introduction	67
4.2 Le silicium comme semi-conducteur	68
4.3 Électrons et trous soumis à un champ électrique E	74
4.4 Jonction PN	76

4.5 Photodiode ou cellule photovoltaïque	81
4.6 Diode électroluminescente LED	82
4.7 Laser à diode semi-conductrice	83
5 Capteurs	85
5.1 Capteurs de température	85
5.2 Capteurs de pression de fluides	89
5.3 Capteurs d'humidité	90
5.4 Capteurs d'éclairage	91
5.5 Capteurs de force ou de pression piézoélectrique	93
5.6 Capteurs d'accélération	94
5.7 Capteurs magnétiques	96
5.8 Capteurs de courant	101
5.9 Capteurs acoustiques	111
6 Circuits à diode	115
6.1 Redressement et détection d'amplitude	115
6.2 Dispositifs à seuil	118
6.3 Montages stabilisateurs	121
7 Amplificateur à transistors bipolaires	123
7.1 Généralités sur les transistors bipolaires	123
7.2 Modèle statique et point de fonctionnement	125
7.3 Modèle dynamique « petits signaux »	129
7.4 Les amplificateurs à transistors bipolaires	132
7.5 Sources de courants à transistors bipolaires	139
8 Transistors à effet de champ (TEC)	141
8.1 Description, symboles, fonctionnement et caractéristiques	141
8.2 Polarisation du transistor à effet de champ (exemple du JFET à canal n)	149
8.3 L'amplification par transistor à effet de champ	152
8.4 Le transistor FET utilisé comme source de courant	154
8.5 Le transistor FET utilisé comme résistance variable commandée en tension	154

9 Amplificateurs de puissance	157
9.1 Introduction – notion de rendement	157
9.2 Configuration collecteur-commun	158
9.3 Classe B ou <i>push-pull</i>	159
9.4 Amplificateur classe AB	161
9.5 Utilisation d'un pilote (« driver ») : linéarisation	163
9.6 Bilan des puissances et rendement	164
9.7 Loi d'Ohm thermique	165
9.8 Amplificateurs classe D	166
10 Amplificateurs hyperfréquences et théorie des lignes	173
10.1 Lignes de transmission et matrice de distribution	173
10.2 Transistors à arséniure de gallium	178
11 Amplificateurs à contre-réaction	185
11.1 Les systèmes bouclés à contre-réaction (réaction négative)	185
11.2 Propriétés des systèmes bouclés à contre-réaction	186
11.3 Stabilité des systèmes bouclés	189
11.4 Identification de quelques contre-réactions classiques	191
12 Amplificateur opérationnel (AO)	197
12.1 Description et comportement	197
12.2 L'AO en boucle fermée – Les autres montages linéaires en contre-réaction	213
12.3 Montages non linéaires	226
12.4 Fonctions arithmétiques analogiques à base d'AO	233
12.5 Compensation de l'offset d'entrée et des courants de polarisation	238
12.6 Brochages et boîtiers	240
13 Filtres actifs et passifs	243
13.1 Fonctions de transfert	243
13.2 Filtres passifs	260
13.3 Filtres actifs	273

14 Oscillateurs	283
14.1 Contre-réaction et réaction	283
14.2 Oscillateurs en basse fréquence	286
14.3 Oscillateurs en haute fréquence	291
14.4 Conclusion	303
15 Boucle à verrouillage de phase	305
15.1 Principe de fonctionnement	305
15.2 Caractéristiques de la PLL	306
15.3 Démodulation de fréquence ou de phase par PLL	313
15.4 Divers PLL	313
16 Alimentation à découpage et régulateur de tension	319
16.1 Régulateur de tension	319
16.2 Régulateur intégré	322
16.3 Alimentation à découpage ou convertisseur DC-DC	323
17 Électronique à temps discret	331
17.1 Introduction	331
17.2 Principe des capacités commutées	333
17.3 Mise en application : cas de l'intégrateur	336
17.4 Électronique de fonctions à base de capacités commutées	342
17.5 Système intégré sur puce : « <i>System-On-Chip</i> »	350
18 Systèmes optroniques et capteurs d'images	355
18.1 Principe	355
18.2 Rayonnement électromagnétique	356
18.3 Rayonnement du corps noir et loi de Planck	357
18.4 Bandes spectrales exploitables en imagerie	359
18.5 Perception de la lumière et des couleurs par l'œil humain	360
18.6 Réflexions et émissions	360
18.7 Capteurs d'images CMOS et CCD pour caméra visible	362
18.8 Particularités de la vision infrarouge	369
Index	381

Présentation des auteurs

Bernard Latorre

Diplômé de l'INSA Toulouse, ancien ingénieur de recherche Philips puis d'étude à Thomson-CSF. Enseignant chercheur à ESIEE-Paris de 1991 à 2023. Domaines d'activité : systèmes embarqués, électronique analogique, modélisation de systèmes mixtes.

Christophe Delabie

Docteur de l'université des Sciences et Technologies de Lille. Enseignant chercheur à ESIEE-Paris depuis 1995. Domaines d'activité : électronique analogique, micro-ondes et antennes, algorithmes évolutionnaires.

Corinne Berland

Ingénieur ESIEE et docteur HDR en électronique et traitement du signal. Enseignant chercheur à ESIEE-Paris depuis 1998. Domaines d'activité : électronique analogique basse fréquence et RF, architecture de systèmes de radiocommunication.

François de Dieuleveult

Était ingénieur au sein du département des technologies des capteurs et du signal du CEA à Saclay. Enseignait les transmissions à l'Université d'Evry, à ESIEE Paris, à l'INT et à l'Université Pierre et Marie Curie. Auteur de *Principes et pratique de l'électronique* (tomes 1 & 2) paru chez Dunod.

Jordan Roy

Ingénieur ESIEE Paris et actuellement doctorant sur le thème de l'instrumentation biomédicale au laboratoire ESYCOM en électronique, optronique et systèmes de l'Université Gustave Eiffel.

Olivier Français

Agrégé de génie électrique et docteur de l'ENS Cachan en Physique appliquée. Enseignant chercheur à ESIEE-Paris. Domaines d'activité : instrumentation et microtechnologies appliquées à la biologie.

Patrick Poulichet

Ingénieur CNAM et docteur de l'ENS Cachan en électronique. Enseignant chercheur à ESIEE-Paris depuis 1993. Domaines d'activité : intégrité des signaux, compatibilité électromagnétique (CEM), les alimentations à découpage faibles puissances, la RMN portable et les microsystèmes intégrés en salle blanche.

Sylvain Dupont-Legendre

Diplômé d'ESIEE Paris, ingénieur spécialisé dans le domaine de l'optronique et de l'infrarouge. Actuellement en poste dans la société IRnova. Enseigne l'électronique et le traitement du signal à ESIEE-Paris depuis 2013.

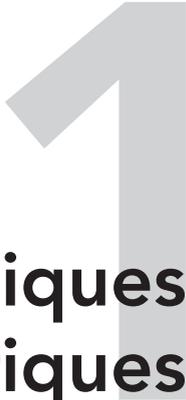
Avant-propos

À la fois livre de référence, outil de travail et de réflexion, cet ouvrage se destine autant aux ingénieurs et techniciens du domaine qu'aux étudiants ou amateurs éclairés en électronique.

L'ensemble du domaine de l'électronique analogique est présenté ici avec la plus grande clarté afin d'analyser ou de concevoir les différents éléments constitutifs de tout équipement électronique actuel.

Il rassemble aussi bien de nombreuses découvertes techniques récentes (comme la Magnéto Résistance Géante qui a valu le prix Nobel au Professeur Albert Fert) que les normes UTE nécessaires à la conception de tout système électronique performant.

Puisse-t-il inspirer et contribuer à créer les nouveaux systèmes électroniques intelligents qui seront utilisés demain dans notre quotidien.



Grandeurs physiques et électriques

1.1 Lois fondamentales et définitions

1.1.1 Bref historique

Nous utiliserons le système d'unités internationales (SI). Les unités de base sont les suivantes :

- ▶ mètre : unité de longueur ;
- ▶ kilogramme : unité de masse ;
- ▶ seconde : unité de temps ;
- ▶ ampère : unité d'intensité de courant ;
- ▶ kelvin : unité de température ;
- ▶ candela : unité d'intensité lumineuse.

1.1.2 Unités géométriques, cinématiques et mécaniques

Voir tableaux 1.1 et 1.2.

Tableau 1.1 Unités géométriques, cinématiques et mécaniques

Grandeur	Nature	Symbole	Unité	Relation de définition
Longueur	vectorielle	λ ou l	mètre, m	Unité de base
Temps	scalaire	t	seconde, s	Unité de base
Masse	scalaire	m	kilogramme, kg	Unité de base
Surface	scalaire	S	mètre carré, m^2	$S = \lambda^2$
Angle plan	scalaire	α	radian, rad	$\alpha = \lambda/R^2$ (R : rayon du cercle)
Angle solide	scalaire	Ω	stéradian, sr	$\Omega = S/R^2$
Vitesse	vectorielle	v ou \mathbf{v}	m/s	$\mathbf{v} = \Delta l/\Delta t$
Accélération	vectorielle	γ	m/s^2	$\gamma = \Delta v/\Delta t$

Grandeur	Nature	Symbole	Unité	Relation de définition
Pulsation	scalaire	ω	rad/s	$\omega = \Delta\alpha/\Delta t$
Fréquence	scalaire	f	hertz, Hz	$f = \omega/2\pi$
Force	vectorielle	F ou \mathbf{F}	newton, N	$\mathbf{F} = m \gamma$
Travail et énergie	scalaire	W	joule, J	$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{l}$ $\Delta W = \mathbf{F} \Delta l$
Puissance	scalaire	P	watt, W	$P = \Delta W/\Delta t$

Pour s'adapter à la taille de la grandeur à mesurer, on est amené à utiliser des multiples et sous-multiples des unités de base.

Tableau 1.2 Multiples, sous-multiples et unités différentes couramment utilisées

Grandeur	Unité de base	Multiples et unités diverses
Longueur	mètre, m	micromètre, μm : $1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$ (anciennement micron, μ) nanomètre, nm : $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ angstrom, \AA : $1 \text{\AA} = 10^{-10} \text{ m}$
Temps	seconde, s	picoseconde, ps : $1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s}$
Angle plan	radian, rad	tour, tr : $1 \text{ tr} = 2 \pi \text{ rad}$
Angle solide	stéradian, sr	spat, spt : $1 \text{ spt} = 4 \pi \text{ sr}$
Fréquence	hertz, Hz	kilohertz, kHz : $1 \text{ kHz} = 10^3 \text{ Hz}$ mégahertz, MHz : $1 \text{ MHz} = 10^6 \text{ Hz}$ gigahertz, GHz : $1 \text{ GHz} = 10^9 \text{ Hz}$
Force	newton, N	kilogramme-force, kgf : $1 \text{ kgf} = 9,81 \text{ N}$
Puissance	watt, W	cheval vapeur, ch : $1 \text{ ch} = 735 \text{ W}$
Énergie ou travail	joule, J	watt-heure, Wh : $1 \text{ Wh} = 3\,600 \text{ J}$ kilowatt-heure, kWh : $1 \text{ kWh} = 3,6 \times 10^6 \text{ J}$

1.1.3 Unités électriques et électromagnétiques

La définition de l'unité d'intensité, l'ampère, est la suivante : « l'intensité d'un courant électrique constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produit, entre ces conducteurs, une force de $2 \times 10^{-7} \text{ N/m}$ de longueur ».

1.1 Lois fondamentales et définitions

1.1.4 Lois fondamentales en électricité

Tableau 1.3 Grandeurs et unités électriques

Grandeur	Nature	Symbole	Unité	Relation de définition
Courant	scalaire	I	ampère, A	unité de base
Densité de courant	vectorielle	J	A/m ²	$I = \iint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$
Quantité d'électricité	scalaire	Q	coulomb, C	$Q = I t$ ou $\Delta Q = I \Delta t$
Tension, différence de potentiel	scalaire	U ou V	volt, V	$\Delta U = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$
Champ électrique	vectorielle	E	V/m	$U = \mathbf{E} \cdot \mathbf{L}$
Charge volumique	scalaire	ρ	C/m ³ , C/m ²	$Q = \rho V$ ou $\Delta Q = \rho dv$
Déplacement (induction électrique)	vectorielle	D		$\text{div } \mathbf{D} = \rho$
Capacité	scalaire	C	farad, F	$Q = C U$
Permittivité	scalaire	ϵ	F/m	Condensateur plan : $C = \epsilon S/e$ S : surface e : épaisseur
Permittivité relative	scalaire	ϵ_r	(sans dim.)	$\epsilon_0 = 1/(36 \pi) \times 10^{-9}$ F/m
Polarisation électrique	vectorielle	P	C/m ²	$P = D - \epsilon_0 E$
Résistance	scalaire	R	Ω , ohm	$R = V/I$
Conductance	vectorielle	G	S, Siemens	$G = I/V$
Résistivité	scalaire	ρ	$\Omega \cdot m$	$\rho J = E$
Conductivité	scalaire	γ	S/m	$\gamma = 1/\rho$

Tableau 1.4 Grandeurs magnétiques et électromagnétiques

Grandeur	Nature	Symbole	Unité	Relation de définition
Inductance propre	scalaire	L	henry, H	$U = L \Delta I / \Delta t$
Inductance mutuelle	scalaire	M	henry, H	$U = M \Delta I / \Delta t$
Flux d'induction magnétique	scalaire	Φ	weber, Wb	$\Delta \Phi = U \Delta t$
Induction magnétique	vectorielle	B ou \mathbf{B}	tesla, T	$\Phi = \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$

Grandeur	Nature	Symbole	Unité	Relation de définition
Champ (d'excitation) magnétique	vectorielle	H ou \mathbf{H}	A/m	$I = \int_C \mathbf{H} \, d\mathbf{l}$ C = courbe fermée
Perméabilité	scalaire	μ_0	H/m	$\mu_0 = 4 \pi \times 10^{-7}$
Perméabilité magnétique	scalaire	μ	H/m	$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ $L = \mu N^2 S / l^{(*)}$
Perméabilité relative	scalaire	μ_r	(sans dim.)	$\mu = \mu_0 \mu_r$
Force magnétomotrice	scalaire	F	ampère, A	$F = \int_L \mathbf{H} \, d\mathbf{l}$
Réductance	scalaire	R	H ⁻¹	$F = R \phi$
Polarisation magnétique	vectorielle	J	tesla, T	$J_i = J - \mu_0 \cdot H$
Densité de flux d'énergie du champ électromagnétique, vecteur de Poynting	vectorielle	P	W/m ²	$P = E \wedge H$

(*) Solénoïde de longueur l composée de N spires.

Électrostatique

Le potentiel électrique U , dû à n charges ponctuelles, chacune d'elles de valeur Q_i étant placée à une distance r_i du point considéré est donné par :

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i^n \frac{Q_i}{r_i} \quad (1.1)$$

et le champ électrique \mathbf{E} est évalué selon :

$$\mathbf{E} = - \mathbf{grad} U \quad (1.2)$$

La force électrique \mathbf{F}_e , s'exerçant sur une charge électrique ponctuelle de valeur Q , soumise au champ électrique \mathbf{E} , a pour expression :

$$\mathbf{F}_e = Q \mathbf{E} \quad (1.3)$$

Si une charge électrique ponctuelle de valeur Q est portée respectivement aux potentiels électriques U_1 et U_2 , le travail électrique qui en résulte est :

$$W_e = Q (U_1 - U_2) \quad (1.4)$$

L'énergie électrostatique W_e emmagasinée par un condensateur de capacité C , porté au potentiel U est donnée par :

$$W_e = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} Q U \quad (1.5)$$

avec $Q = C U$.

1.1 Lois fondamentales et définitions

On notera que le potentiel électrique est évalué à une constante près, et conformément à l'usage, dans la plupart des formules précédentes, on a supposé que le potentiel dû à une charge ponctuelle en un point infiniment éloigné de cette dernière est nul.

Courant électrique

La densité de courant total \mathbf{J}_T , est la somme de la densité du courant de conduction \mathbf{J}_C et de la densité du courant de déplacement \mathbf{J}_D :

$$\mathbf{J}_T = \mathbf{J}_C + \mathbf{J}_D \quad (1.6)$$

avec $\mathbf{J}_C = \gamma \mathbf{E} = \rho \mathbf{v}$

ρ étant la charge volumique, \mathbf{v} la vitesse de déplacement des charges, μ_e étant la mobilité de la charge, \mathbf{v} est donné par :

$$\mathbf{v} = \mu_e \mathbf{E}$$

d'où :

$$\gamma = \rho \mu_e$$

Quand l'intensité I est constante, ou lorsque \mathbf{J}_D est négligeable devant \mathbf{J}_C , on écrit :

$$I = \iint_S \mathbf{J}_C \cdot d\mathbf{S} = \iint_S \gamma \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (1.7)$$

Champ et induction magnétique

C étant une courbe fermée entourant un conducteur parcouru par un courant I , le théorème d'Ampère permet d'évaluer la circulation du champ magnétique le long de cette courbe selon :

$$\int_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{I} = NI \quad \forall C \quad (1.8)$$

N étant le nombre de tours complets effectués.

$d\mathbf{l}$ étant un élément de circuit (fig. 1.1) parcouru par un courant I placé en A , la loi de Biot et Savart permet d'évaluer l'induction magnétique $d\mathbf{B}$, en un point M , placé à une distance r de A , due à $d\mathbf{l}$:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \text{grad}_M \left(\frac{1}{r} \right) \wedge I d\mathbf{l} \quad (1.9)$$

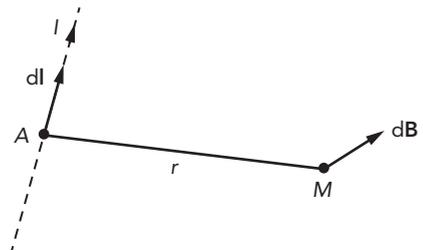


Figure 1.1

Force et travail électromagnétique

Le flux magnétique à travers une surface S est égal à :

$$\varphi = \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (1.10)$$

Toute variation de flux est accompagnée de la naissance d'une force électromotrice induite e , donnée par la loi de Lenz ou la règle de Faraday :

$$e = - d\phi/dt \quad (1.11)$$

Un élément de circuit $d\mathbf{l}$, parcouru par un courant I , plongé dans un milieu où règne l'induction magnétique \mathbf{B} , est soumis à une force magnétique $d\mathbf{F}_M$, donnée par la loi de Laplace :

$$d\mathbf{F}_M = I d\mathbf{l} \wedge \mathbf{B} \quad (1.12)$$

Le flux magnétique capté par un circuit parcouru par un courant I a pour expression :

$$\phi = LI \quad (1.13)$$

Si on considère deux circuits voisins, dont l'un est parcouru par un courant I , le flux magnétique capté par l'autre est donné par :

$$\phi = MI \quad (1.14)$$

Sous l'action d'une force magnétique, un élément de circuit est soumis à une translation $d\mathbf{l}$. I étant le courant traversant l'élément de circuit, il en résulte le travail élémentaire :

$$dW = \mathbf{F}_M d\mathbf{l} = I d\phi \quad (1.15)$$

$d\phi$ est la variation de flux résultant du déplacement.

1.1.5 Température. Chaleur. Circuit thermique

Température

La température (symbole θ) exprimée précédemment en degrés centigrades ou centésimaux (symbole $^{\circ}\text{C}$), était à l'origine une grandeur repérable. L'échelle Celsius est définie par référence à l'échelle Kelvin qui sert à exprimer la température thermodynamique (grandeur mesurable, symbole T). Le kelvin (K) est la fraction $1/273,16$ de la température thermodynamique du point triple de l'eau. La relation (1.16) compare la température en degré Celsius à celle en degré Kelvin :

$$\theta (^{\circ}\text{C}) = (T - 273,15) \text{ K} \quad (1.16)$$

Chaleur

L'unité de quantité de chaleur SI est le joule. On utilise, hors système, comme unité pratique, la calorie, appelée précédemment petite calorie.

$$1 \text{ cal (calorie) vaut } 4,186 \text{ 8 J (joules)} \quad (1.17)$$

Circuit thermique

La résistance traversée par un courant continu I , est une source de chaleur qui fournit, pendant t secondes, une quantité de chaleur exprimée en joules égale à :

$$W = RI^2 t$$

Un corps chaud, plongé dans un milieu à température plus basse se refroidit en cédant son énergie de trois façons :

1.1 Lois fondamentales et définitions

- ▶ par conduction (cheminement le long des conducteurs) ;
- ▶ par convection (échauffement et circulation du fluide environnant) ;
- ▶ par rayonnement (sans contact).

Considérons un dispositif dissipant une certaine puissance, émettant par conséquent une puissance thermique P_{th} .

En régime établi, si T_j est la température de la source, et T_A celle de la température ambiante, on peut admettre qu'il y a proportionnalité entre l'élévation de la température $T_j - T_A$ et la puissance thermique P_{th} , d'où l'écriture :

$$T_j - T_A = R_{th} P_{th} \quad (1.18)$$

R_{th} est la résistance thermique, qui s'exprime en degrés Celsius par watt.

Le réseau thermique équivalent de la figure 1.2 rend compte de cette relation.

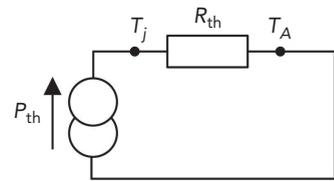


Figure 1.2

1.1.6 Photométrie

Longueurs d'onde. Spectre visible

Les longueurs d'onde des ondes électromagnétiques du domaine visible s'échelonnent approximativement entre $0,4 \mu\text{m}$ et $0,75 \mu\text{m}$. Le maximum d'efficacité pour l'œil humain se situe au voisinage de $0,55 \mu\text{m}$. Le domaine infrarouge couvre pratiquement le domaine allant de $0,8 \mu\text{m}$ à $100 \mu\text{m}$.

Candela et grandeurs photométriques

La candela est l'unité d'intensité lumineuse.

L'intensité lumineuse est une grandeur vectorielle \mathbf{I} . Posons $|\mathbf{I}| = I$.

L'exittance ou émittance \mathbf{E} désigne le flux lumineux qui rayonne. En un point à une distance ℓ de la source, on a :

$$\mathbf{E} = \mathbf{I} / \ell^2 \quad (1.19)$$

Le flux lumineux $d\phi$, capté à travers une surface dS , est donné par :

$$d\phi = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\mathbf{I} dS^2}{\ell^2} = I d\Omega \quad (1.20)$$

$d\Omega$ étant l'angle solide sous lequel est vu, de la source lumineuse, l'élément de surface dS .

Tableau 1.5 Grandeurs photométriques

Grandeurs	Nature	Symbole	Unité	Relation de définition
Intensité lumineuse	vectorielle	I ou \mathbf{I}	candela, cd	unité de base
Flux lumineux	scalaire	$d\phi$	lumen, lm	$d\phi = I d\Omega^{(*)}$
Exittance (éclairage)	vectorielle	E ou \mathbf{E}	lux, lx	$d\phi = \mathbf{E} d\mathbf{S}^{(*)}$

(*) $d\Omega$ est exprimé en stéradian, dS en mètre carré.

On voit donc que : $1 \text{ cd} = 1 \text{ lm/sr}$.

$$1 \text{ lx} = 1 \text{ lm/m}^2.$$

I peut également être exprimé en watt/stéradian et E en watt/m².

1.1.7 Unités anglo-saxonnes et américaines courantes

Tableau 1.6

Nature de la grandeur	Unité	Équivalence
Longueur	inch (pouce)	1 in = 25,4 mm
	foot (pied)	1 ft = 12 in = 30,4 cm
Masse	ounce pound	1 oz = 28,352 g
		1 lb = 0,453 592 kg
Force	pound-weight	1 lb = 4,448 2 N
Énergie Puissance	1 HP (<i>British</i>)	1 HP = 745,7 W
Température	Température Fahrenheit	θ (°F) = 32 + 1,8 θ (°C)

1.2 Notions de mathématiques

1.2.1 Grandeurs complexes

Définitions générales et écritures

R est le corps des nombres réels.

Étant donné $Z = (x, y)$, $x, y \in R$, l'ensemble $R \times R$ muni des deux lois :

$$(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$$

$$(x_1, y_1) (x_2, y_2) = (x_1 x_2 - y_1 y_2, x_1 y_2 + x_2 y_1)$$

est un corps des complexes noté C :

$$z \in C$$

On a, d'autre part :

$$j = (0, 1) \text{ et } j^2 = (-1, 0)$$

et on peut utiliser l'écriture :

$$z = x + jy$$

x est la partie réelle de z et y est la partie imaginaire de z .

Soit :

$$z^* = z \text{ conjugué} = x - jy.$$

1.2 Notions de mathématiques

On peut représenter z par un vecteur \mathbf{OM} dans un repère orthonormé $(O, \mathbf{i}, \mathbf{j})$, de telle manière que :

$$\mathbf{OM} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$$

On peut faire intervenir les coordonnées polaires (fig. 1.3).

Dans ce cas :

$$x = r \cos \theta, y = r \sin \theta, r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\operatorname{tg} \theta = y/x$$

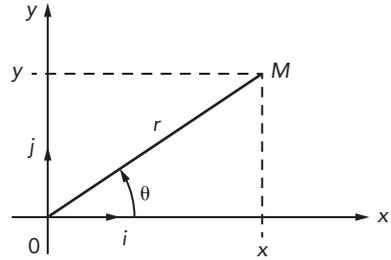


Figure 1.3

et on pourra adopter une autre écriture :

$$z = x + jy = r e^{j\theta}$$

Formules principales

Tableau 1.7

$z = (x, y) = (r, \theta)$	$z = x + jy = r e^{j\theta}$
$(x, y) \rightarrow (r, \theta)$	$r = z = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\operatorname{tg} \theta = y/x, \theta \in [0, \pi]$ $\operatorname{sgn} \theta = \operatorname{sgn} y$
$z_1 = (x_1, y_1) = (r_1, \theta_1)$ $z_2 = (x_2, y_2) = (r_2, \theta_2)$	$z_1 + z_2 = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$ $z_1 z_2 = (r_1 r_2, \theta_1 + \theta_2)$
$z = (r, \theta)$ $\forall m \in \mathbb{R}$	$z^m = (r^m, m\theta)$ $z^m = r^m \cos(m\theta) + j \cdot r^m \cdot \sin(m\theta)$ $z^m = (r \cos \theta + jr \sin \theta)^m$
$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$	$\cos \theta = (e^{j\theta} + e^{-j\theta})/2$ $\sin \theta = (e^{j\theta} - e^{-j\theta})/2j$

Grandeurs électriques complexes

Si le régime considéré est sinusoïdal ou harmonique, il est commode d'utiliser des grandeurs électriques complexes.

Une différence de potentiel u étant appliquée aux bornes d'un dipôle présentant un comportement linéaire, un courant i le traverse (fig. 1.4), et en régime établi, si $u = U \cos \omega t$, on aura :

$$i = I \cos (\omega t + \phi).$$

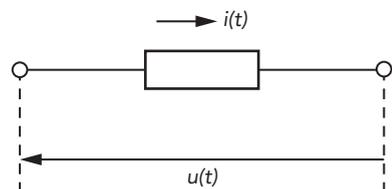


Figure 1.4

Utilisons les grandeurs complexes (dont les symboles seront soulignés) :

$$\underline{U} = U e^{j\omega t}, \quad \underline{I} = I e^{j(\omega t + \phi)}$$

La loi d'Ohm est applicable, en introduisant l'impédance complexe :

$$\underline{Z} = \underline{U}/\underline{I} = R + jX$$

R est la résistance, X la réactance, qui peuvent être fonctions toutes deux de la pulsation ω .

On peut s'intéresser également à l'admittance complexe :

$$\underline{Y} = 1/\underline{Z} = \underline{I}/\underline{U} = G + jB$$

G est la conductance, B la susceptance.

On aura :

$$\underline{Z} = Z e^{j\psi}$$

avec

$$Z = \sqrt{X^2 + R^2} \tag{1.21}$$

$$\text{tg } \psi = X/R$$

et

$$I = U/Z = U/\sqrt{X^2 + R^2} \tag{1.22}$$

On constate que :

$$\text{tg } \phi = \text{tg } (-\psi) = -X/R \tag{1.23}$$

La puissance complexe \underline{P} se calcule selon :

$$P = \frac{1}{2} \underline{U} \underline{I}^* = P_a + jP_r$$

P_a étant la puissance active et P_r la puissance réactive.

On trouve, en l'occurrence :

$$P_a = \frac{1}{2} UI \cos \phi, \quad P_r = \frac{1}{2} UI \sin(-\phi) \tag{1.24}$$

Considérons cette fois un sous-ensemble électronique (fig. 1.5), captant ou recevant une grandeur électrique $x(t)$, sous forme de courant ou tension, et délivrant une grandeur électrique $y(t)$, également sous forme de courant ou tension.

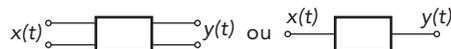


Figure 1.5

à $x = X \cos \omega t$, et $y = Y \cos (\omega t + \phi)$, on fait correspondre des grandeurs complexes :

$$\underline{X} = X e^{j\omega t}, \quad \underline{Y} = Y e^{j(\omega t + \phi)}$$

1.2 Notions de mathématiques

Le sous-ensemble présentant un comportement linéaire, on aura en régime établi :

$$\underline{Y} = \underline{T} \underline{X}$$

\underline{T} est la transmittance du sous-ensemble considéré.

Soit

$$\underline{T} = T(\omega) e^{j\psi(\omega)}$$

On obtient :

$$\begin{cases} Y = T(\omega)X \\ \varphi = \psi(\omega) \end{cases} \quad (1.25)$$

ce qui permet d'analyser le comportement en amplitude et en phase du sous-ensemble en fonction de la pulsation ω ou de la fréquence $f = \omega/2\pi$.

Logarithmes et décibels

Logarithmes

Logarithme naturel (ou népérien)

$$\ln x = \int_1^x \frac{du}{u}$$

Logarithme à base 10

$$\text{Log}_{10} x = \ln x / \ln 10$$

Propriétés

$\ln e = 1$, e : base des logarithmes népériens $e = 2,718\ 28$.

$\log_{10} 10 = 1$, $\log_{10} e = 0,434\ 29$.

$\ln x = \log_{10} x / \log_{10} e = 2,302\ 6 \text{Log}_{10} x$.

$\log_{10} x^a = a \log_{10} x$, $\log_{10} x_1 x_2 = \log_{10} x_1 + \log_{10} x_2$.

$z = \rho e^{j(\theta + 2k\pi)} \Rightarrow \ln z = \ln \rho + j(\theta + 2k\pi)$.

Décibels

Les gains en tension ou courant et les gains en puissance sont souvent exprimés en décibels. Le décibel est défini comme suit :

V_1 et V_2 étant les tensions d'entrée et de sortie :

$$A_v \text{ en décibels} = A_{v(\text{dB})} = 20 \log_{10} (V_2/V_1)$$

I_1 et I_2 étant les courants d'entrée et de sortie :

$$A_i \text{ en décibels} = A_{i(\text{dB})} = 20 \log_{10} (I_2/I_1)$$

P_1 et P_2 étant la puissance d'entrée et la puissance de sortie délivrées :

$$G \text{ en décibels} = G_{(\text{dB})} = 10 \log_{10} (P_2/P_1)$$

$$G_{(\text{dB})} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_2}{P_1} \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{V_2 I_2}{V_1 I_1} \right) = \frac{1}{2} [A_v + A_i]_{\text{dB}}$$

1.2.2 Signal périodique. Série de Fourier

Une fonction périodique $x(t)$ est caractérisée par :

$$x(t + kT) = x(t) \quad \forall k \text{ entier, } T \text{ étant la période.}$$

Un signal périodique est parfaitement décrit par la superposition de signaux sinusoïdaux purs de même fréquence $1/T$, ou de fréquences $n/T = n \cdot \omega/(2\pi)$. On montre que :

$$x(t) = A_0 + \sum_{n=0}^{\infty} (A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t)$$

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cdot dt$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cdot \cos n\omega t \, dt \quad \text{et} \quad B_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cdot \sin n\omega t \, dt$$

À titre d'exemple, considérons le signal rectangulaire et périodique (fig. 1.6) à décomposer en série de Fourier.

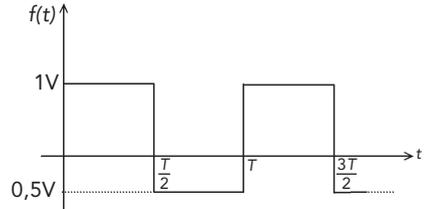


Figure 1.6

Calcul de A_0

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} (1) \cdot dt + \frac{1}{T} \int_{T/2}^T (-0,5) \cdot dt = \frac{1}{T} \left(\frac{T}{2} + (-0,5) \frac{T}{2} \right) = 0,25 \text{ V}$$

La valeur moyenne est de 0,25 volt.

Calcul des coefficients A_n

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cdot \cos n\omega t \, dt = \frac{2}{T} \left(\int_0^{T/2} \cos n\omega t \cdot dt + \int_{T/2}^T (-0,5) \cos n\omega t \cdot dt \right)$$

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{2}{T} \left(\frac{1}{n\omega} [\sin n\omega t]_0^{T/2} - \frac{1}{2n\omega} [\sin n\omega t]_{T/2}^T \right) \\ &= \frac{2}{T} \left(\frac{1}{n\omega} \left(\sin n \frac{2\pi}{T} \frac{T}{2} \right) - \frac{1}{2n\omega} \left(\sin n \frac{2\pi}{T} T - \sin n \frac{2\pi}{T} \frac{T}{2} \right) \right) = 0 \end{aligned}$$

1.2 Notions de mathématiques

Les coefficients A_n sont nuls car la fonction $f(t)$, débarrassée de sa composante continue, est impaire. Comme elle est impaire, elle ne peut être représentée par des cosinus qui eux sont pairs.

Calcul des coefficients B_n

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cdot \sin n\omega t \, dt = \frac{2}{T} \left(\int_0^{T/2} \sin n\omega t \cdot dt + \int_{T/2}^T (-0,5) \sin n\omega t \cdot dt \right)$$

$$\begin{aligned} B_n &= \frac{2}{T} \left(\frac{1}{n\omega} [-\cos n\omega t]_0^{T/2} - \frac{1}{2n\omega} [-\cos n\omega t]_{T/2}^T \right) \\ &= \frac{2}{T} \left(\frac{1}{n\omega} \left(1 - \cos n \frac{2\pi T}{T} \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2n\omega} \left(\cos n \frac{2\pi T}{T} \frac{1}{2} - \cos n \frac{2\pi T}{T} \right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_n &= 2 \left(\frac{1}{n2\pi} (1 - \cos n\pi) - \frac{1}{2} \frac{1}{n2\pi} (\cos n\pi - \cos 2n\pi) \right) \\ &= \frac{1}{n\pi} \left(1 - (-1)^n - \frac{1}{2} (-1)^n + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{n\pi} \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{2} (-1)^n \right) \end{aligned}$$

$$B_n = \frac{3}{2} \frac{1}{n\pi} (1 - (-1)^n)$$

$$B_1 = \frac{3}{2} \frac{1}{\pi} 2 = \frac{3}{\pi} \qquad B_2 = 0$$

$$B_3 = \frac{3}{6} \frac{1}{\pi} 2 = \frac{1}{\pi} \qquad B_4 = 0$$

$$B_5 = \frac{3}{2} \frac{1}{5\pi} 2 = \frac{3}{5\pi} \qquad B_6 = 0$$

$$B_7 = \frac{3}{7\pi} \qquad B_8 = 0$$

La fonction $f(t)$ (fig. 1.6) peut donc s'écrire sous la forme :

$$f(t) = 0,25 + \frac{3}{\pi} \cdot \sin(\omega t) + \frac{1}{\pi} \cdot \sin(3\omega t) + \frac{3}{5\pi} \cdot \sin(5\omega t) + \frac{3}{7\pi} \cdot \sin(7\omega t) + \frac{1}{3\pi} \cdot \sin(9\omega t) \dots$$

Voyons maintenant ce que cela donne quand on compare le signal de la figure 1.6 et son équivalent calculé à partir de la relation précédente.

Composition avec quelques harmoniques

Considérons le signal composé de quelques harmoniques : H1 à la fréquence de 1 kHz, H3 à la fréquence de 3 kHz et H5 à la fréquence de 5 kHz... Plus le nombre d'harmoniques est grand et plus la similitude entre le signal original et la reconstruction est grande.

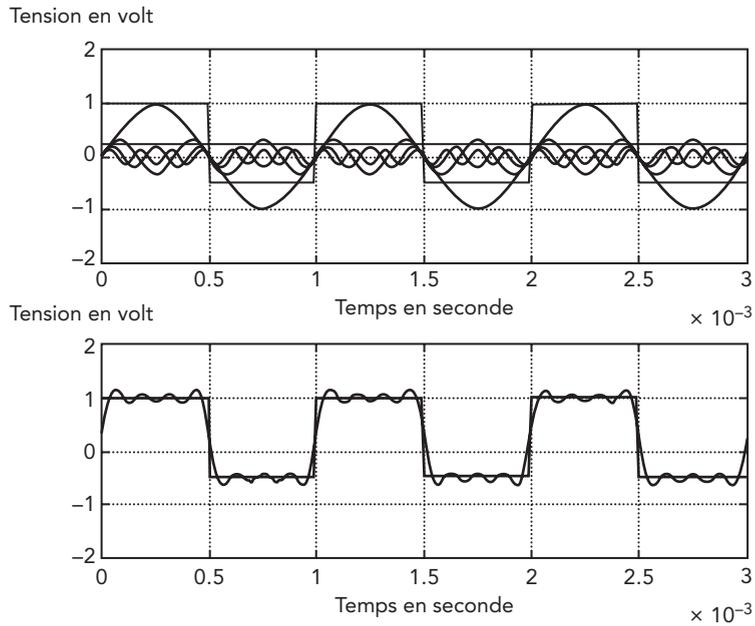


Figure 1.7

1.2.3 Calcul opérationnel

Définitions

À la fonction $f(t)$, on fait correspondre son image $F(p)$, appelée transformée de Laplace selon la transformation de Laplace :

$$F(p) = \int_0^{+\infty} f(t) \cdot e^{-pt} dt \quad (1.27)$$

On adopte les écritures suivantes pour indiquer la correspondance :

$$F(p) \subset f(t) : F(p) \text{ image de } f(t)$$

$$f(t) \supset F(p) : f(t) \text{ original de } F(p).$$

L'original est évalué à partir de l'intégrale de Bromwich :

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_0^{+\infty} F(p) \cdot e^{pt} dt \quad (1.28)$$

Les signaux échelon-unité et impulsion de Dirac souvent utilisés dans la transformation de Laplace sont illustrés dans les figures 1.8 et 1.9.

1.2 Notions de mathématiques

Le signal $r_\theta(t)/\theta$ limite une aire égale à l'unité. La limite de $r_\theta(t)/\theta$ lorsque $\theta \rightarrow 0$ est l'impulsion de Dirac $\delta(t)$.

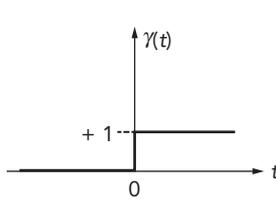


Figure 1.8

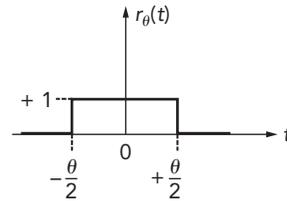


Figure 1.9

Transformées de Laplace

Dans ce qui suit, on considérera les transformées de Laplace, dites unilatérales, évaluées selon la formule (1.27). Il revient alors au même de considérer les transformées bilatérales, les fonctions étant multipliées par $\gamma(t)$. On écrit généralement :

$$p = \sigma + j\omega$$

Les trois tableaux 1.8, 1.9 et 1.10 présentent respectivement :

- ▶ les transformées des fonctions essentielles, à partir desquelles on peut obtenir les fonctions usuelles ;
- ▶ les formules les plus utiles à connaître dans la pratique courante ;
- ▶ et enfin une liste de fonctions usuelles.

Tableau 1.8 Transformées des fonctions essentielles

Fonction	Transformée
$\delta(t)$	1
$\gamma(t)$	$1/p$ $\sigma > 0$
$\gamma(-t)$	$-1/p$ $\sigma < 0$
e^{-at} , $\forall a$ complexe $a \in \mathbb{C}$	$1/(p+a)$ $\sigma > -\text{Réel } a$
$t^n e^{-at}$, $\forall n$ réel ≥ 0	$n!/(p+a)^{n+1}$ $\sigma > -\text{Réel } a$
$\sum \delta(t-nT)$ n entier, $n \in \mathbb{N}$	$1/(1-e^{-pT})$ $\sigma > 0$

Tableau 1.9 Relations principales

$f(t) \supset F(p)$	$g(t) \supset G(p)$
Opération	Relation
Combinaison linéaire	$\sum a_i f_i(t) \supset \sum a_i F_i(p)$
Translation	$f(t-t_a) \supset F(p) e^{-pta}$
Amortissement	$e^{-at} f(t) \supset F(p+a)$