

DE L'INFINI

Jean-Pierre Luminet
Marc Lachièze-Rey

DE L'INFINI

Horizons cosmiques,
multivers et vide quantique

DUNOD
POCHE

Illustration de couverture : © Jurik Peter/Shutterstock

© Dunod 2005, 2016 pour les précédentes éditions

© Dunod 2019, 2023 pour les éditions de poche

11 rue Paul-Bert, 92240 Malakoff

www.dunod.com

ISBN 978-2-10-085214-7

Prologue

FAITES ENTRER L'INFINI

« *Qui est là ? Ah très bien : faites entrer l'infini* »

Louis Aragon, *Une vague de rêves* (1924)

Ce qui est directement connaissable est fini. L'idée d'infini surgit pourtant dès que nous pensons. Selon Emmanuel Levinas, « l'infini désigne la propriété de certains contenus offerts à la pensée de s'étendre au-delà de toute limite »¹. Mais l'infini peut-il se rencontrer dans la Nature, et dans les sciences physiques qui cherchent à la représenter ? Est-il présent dans le monde, dans les choses ? Constitue-t-il une dimension effective et multiple de la réalité ? Ou bien réside-t-il seulement dans notre esprit, fiction nécessaire à la pensée et à quoi nulle réalité physique ne saurait correspondre ? Ce dilemme est déjà entièrement explicité par Aristote.

Chaque grandeur (mouvement, espace, temps...) est soumise à l'alternative d'être limitée ou illimitée. Cependant, la *Physique* d'Aristote considère que les seules entités effectivement données et les seuls processus effectivement exécutables sont finis. Elle n'interdit pas pour autant d'envisager « par commodité » des notions impliquant l'infini, mais sans leur accorder d'existence réelle : l'infini serait *potentiel* et non pas *actuel*.

Le marcheur, dans la succession de ses pas – un pas, puis un autre, et encore un autre – saisit que sa marche peut se répéter indéfiniment. En principe, il peut toujours faire un pas de plus. Cette répétition sans limitation conduit à l'intuition première d'un indéfini sans fin : c'est l'infini potentiel, faculté d'aller toujours un peu plus loin. Il est naturellement lié à la notion de successeur d'un entier naturel : 1, 2, 3, etc. À un nombre succède toujours un autre nombre, et il n'en existe pas de dernier, car ce dernier nombre a un successeur. C'est le principe de la *réurrence*, processus fondamental générateur de l'infini potentiel.

Mais alors, énoncer le 2 préfigure déjà l'infini potentiel. Car $2 = 1 + 1$, et rien n'empêche d'écrire ensuite $2 + 1 = 3$, $3 + 1 = 4$, *ad infinitum*. Un c'est l'unité ; deux c'est déjà le divers, la multiplicité. Si 2 implique déjà l'infini, cela signifie-t-il que la multiplicité, le divers, sont eux-mêmes potentiellement infinis ?

On le voit, le problème de l'infini concerne autant la philosophie (et la théologie, l'art, l'éthique...) que les sciences de la nature. Encore faudra-t-il distinguer entre les sciences de l'univers, les sciences de la matière et les sciences du nombre – c'est-à-dire les mathématiques.

Aristote associait le mot « infini » à l'expression de l'imperfection. À sa suite, les scientifiques – et plus encore les philosophes et les théologiens – ont fait preuve, au cours des siècles, d'une résistance acharnée à l'idée d'infini actuel, au-delà de toute position rationnelle. Les premiers pères de l'église chrétienne, les néoplatoniciens et les scolastiques le considéreront d'abord comme attribut de Dieu. Il s'acheminera ensuite de la théologie vers les mathématiques et la philosophie de la nature, s'exprimant à propos de la géométrie perspective (xv^e siècle), des

infiniment grands de la cosmologie (xvii^e siècle) et des infinitésimaux (xvii^e – xviii^e siècles). Les infinis deviendront ainsi concevables avant d'être proprement fondés et classés. Cette dernière étape, relevant des mathématiques et de la logique, a occupé les deux siècles qui nous précèdent.

Tandis que le physicien cherche généralement à évacuer l'infini de ses théories, toutes les mathématiques sont arc-boutées sur le concept d'infini. Il se rapporte en effet à la notion de nombre et à celle d'ensemble. Existe-t-il un nombre que l'on puisse associer à la notion d'infini? Existe-t-il des ensembles contenant un nombre infini d'éléments? Nous formulons ici ces questions d'une manière quelque peu naïve car nul n'est capable de dire vraiment ce que veut dire «exister» en mathématiques: les nombres existent-ils en dehors de nous, dans un autre niveau de réalité? Toujours est-il que les infinis sont source de paradoxes qui ont empêché pendant deux mille ans la constitution d'une théorie permettant leur manipulation. Parmi ces paradoxes, les plus frappants furent celui des indivisibles (à propos des infiniment petits) et celui de la réflexivité (à propos des infiniment grands). En fait, ces deux infinis apparaissent indissolublement liés: dans la partie la plus infime d'une longueur, par exemple, il semble que l'on puisse trouver un nombre infiniment grand de points, de dimension infiniment petite.

L'omniprésence de l'infini en mathématiques est étonnante, car l'homme est un être fini, limité, confiné sur une planète elle-même finie et limitée. Pourtant, cet être fini examine l'infini, en joue et jongle même avec lui, au point que l'infini lui est indispensable pour appréhender le fini. Un exemple immédiat est le calcul du nombre π , rapport entre la circonférence d'un cercle et son diamètre. Il s'agit

d'une grandeur finie, mais son expression est un nombre comportant une infinité de décimales. Pour calculer ce nombre (Archimède l'avait déjà tenté) il faut utiliser un processus infini.

C'est le mathématicien Bernard Bolzano qui, au début du XIX^e siècle, a proposé pour la première fois pour l'infini un statut équivalent à celui du fini. À la fin du même siècle, les travaux de Georg Cantor, aujourd'hui considérés comme à l'origine des mathématiques modernes, furent rejetés avec horreur par de nombreux scientifiques; Cantor se battit seul, jusqu'à en perdre la raison.

Par ricochet, il a fallu attendre le début du XX^e siècle pour une réhabilitation – partielle – de l'infini dans la physique. La théorie quantique des champs, la cosmologie relativiste ou les modèles de trous noirs, par exemple, ont fait surgir de nouveaux infinis. Depuis, fini et infini se côtoient au sein des mêmes modèles.

Ce livre retrace quelques étapes des «histoires parallèles» de l'infini en cosmologie, en mathématiques et en physique fondamentale. D'innombrables auteurs de toutes disciplines se sont exprimés à propos de ce sujet par essence inépuisable. Nous ne citerons ici que les travaux qui nous paraissent les plus représentatifs d'un courant de pensée ou d'une époque. D'Aristote à Einstein, la biographie de l'infini met en scène Lucrèce, Bruno, Newton, Bolzano, Cantor et de nombreux autres visionnaires de l'infini. Il s'agit essentiellement de comprendre pourquoi, à chaque moment de l'histoire, le statut physique de l'infini est inextricablement lié à son statut métaphysique.

Au-delà de l'histoire – indispensable, car nul ne peut comprendre l'objet d'une science s'il n'en connaît pas l'histoire – nous voulons repenser «l'actualité des infinis», l'infiniment grand et l'infiniment petit, à la lueur des

théories modernes un siècle après Einstein. Nous prétendons notamment montrer que la cosmologie relativiste reste un des seuls domaines de la physique d'où l'infini « actuel » (infinité de l'espace, éternité du temps) n'ait pas été éliminé, ce qui reflète sa position épistémologique particulière au sein des autres sciences. Quant aux développements les plus récents de la physique (topologie de l'espace-temps, renormalisation, vide quantique, théorie des cordes, cosmologie quantique), ils font sans cesse renaître l'infini de ses cendres, tel le phénix de la légende...

L'INFINI DU CIEL

« L'infini du ciel, avec ses défis, son roulement, ses mots innombrables, n'est qu'une phrase un peu plus longue, un peu plus haletante que les autres. »

René Char, *Possessions Extérieures*

Passions et controverses

« Au début du monde était une soupe cosmique illimitée, compacte et immobile. Le ciel contient un nombre infini de graines. Il est constitué des mêmes substances que la Terre, et il n'est pas gouverné par des dieux. » Pour s'être exprimé ainsi il y a deux mille cinq cents ans, Anaxagore de Clazomènes (500-428 avant notre ère) fut le premier savant de l'histoire à être accusé d'impiété et d'hérésie. Il eut plus de chance que nombre de ses successeurs : défendu par des amis puissants, notamment le grand Périclès dont il avait été le précepteur, il fut acquitté et put s'enfuir loin de l'hostilité d'Athènes.

Cette anecdote illustre combien, très tôt, la notion d'infini a suscité passions et controverses. Comme pour la plupart des grandes idées philosophiques, son origine se trouve dans la pensée grecque. Les premières écoles de savants et de philosophes, étalées sur deux siècles,

sont regroupées sous le nom de «Présocratiques». Fort différentes entre elles, chacune a tenté à sa manière une explication rationnelle du monde, dégagée le plus possible du mythe : quelles sont les origines de la matière, ses transformations, ses éléments premiers et derniers ? Quelle est la forme de notre Univers et quelles lois le gouvernent ? On reconnaît déjà les préoccupations les plus contemporaines de la physique des particules et de la cosmologie.

L'apeiron

Le prototype de la vision présocratique du Monde est fourni par Anaximandre de Milet, dès le VI^e siècle avant notre ère². Il propose l'*apeiron* comme élément premier de toutes choses. Ce terme, dont la portée exacte n'a cessé d'être discutée, se caractérise par des sens multiples : signifiant à la fois infini (illimité et éternel), indéfini (indéterminé) et inconcevablement grand, il correspond d'une certaine manière à ce que nous considérons aujourd'hui comme l'espace.

Anaximandre considère ensuite que le domaine accessible à nos investigations, le «Monde» où se déroulent les phénomènes, est fini. Ce concept d'un Monde clos baignant dans un milieu infini qui l'englobe subsistera durant des siècles. On le trouvait par exemple déjà chez Thalès, autre Milésien : le milieu universel est constitué d'eau, le Monde est une bulle d'air hémisphérique flottant au sein de cette masse liquide infinie.

Doctrine concurrente, l'atomisme propose une toute autre version de l'infini cosmique. Fondé au V^e siècle av. J.-C. par Leucippe et Démocrite, il eut pour avocats les plus illustres Épicure (341-270) et Lucrèce (I^{er} siècle avant notre ère). La croyance de base est l'existence d'atomes, parcelles indivisibles et insécables de matière (*atomos* = qui

ne peut être divisé), éléments premiers de l'univers. Autre élément fondamental, le vide (*kenon*) constitue une sorte de théâtre sans bornes, dans lequel se déroulent les mouvements des atomes. Sur cet « espace » infini, la matière n'influe pas : il est absolu, donné *a priori*. Indestructibles et inaltérables, les atomes existent en son sein de toute éternité. En nombre infini, ils ne se distinguent que par leurs tailles et leurs formes, se regroupant çà et là pour constituer des corps cosmiques. En découle naturellement le concept de pluralité des mondes.

Dans sa *Lettre à Hérodote*, Épicure écrit : « Il existe des mondes infinis, à la fois semblables à notre Monde et différents. Car, leur nombre étant infini, [...] les atomes sont entraînés au loin dans l'espace. En effet ces atomes, destinés par leur nature à créer ou à façonner des mondes, ne sont pas définitivement épuisés sur un seul monde ou sur un nombre limité de mondes, ni sur des mondes semblables, ni sur ceux qui sont différents de ces derniers. De sorte qu'il n'existe nulle part d'obstacle à un nombre infini de mondes. » L'atomisme prédit ainsi l'existence de mondes innombrables, correspondant à toutes les combinaisons possibles des atomes. Ces atomes, qui créent les objets et les mondes, sont les agents de la causalité. Comme ils sont en nombre infini, il en est de même de leurs combinaisons possibles, des mondes et de leur diversité.

Si l'hypothèse des atomes est grandiose et féconde, la cosmologie des atomistes reste indigente. On a dit que Démocrite lui-même ignorait le nombre de planètes visibles dans le ciel ! L'atomisme sera donc fermement critiqué par Socrate, Platon et Aristote. De plus, en affirmant que l'Univers n'est pas gouverné par les dieux mais par de la matière élémentaire et du vide, l'atomisme entre inévitablement en conflit avec les autorités religieuses.

Grâce à Épicure et Lucrèce, l'atomisme n'en demeurera pas moins florissant jusqu'à l'avènement du christianisme. Jugé trop matérialiste, il sera occulté au cours des premiers siècles de l'ère chrétienne, et ne fera plus partie du courant principal de la science jusqu'au XVII^e siècle.

L'infini selon Lucrèce

Poète latin du I^{er} siècle avant notre ère, Lucrèce a magnifiquement vulgarisé la philosophie atomiste dans son poème cosmologique *De Natura Rerum* (*De la nature des choses*). Le Livre II traite en particulier de l'espace infini et de l'une de ses conséquences incontournables, la pluralité des mondes :

«Maintenant prête ton attention à la doctrine de vérité : c'est une idée singulièrement nouvelle qui va frapper ton oreille, un nouvel aspect des choses qui va se révéler à toi. [...] Cesse donc, sous prétexte que la nouveauté te fait peur, de rejeter mon système ; mais n'en aiguiser que mieux ton jugement, pèse mes idées ; et si elles te semblent vraies, rends-toi ; ou bien si tu n'y vois que mensonge, arme-toi pour les combattre. Ce que l'esprit recherche dans l'espace infini qui s'étend au-delà des limites de notre monde, c'est ce qu'il peut bien y avoir dans cette immensité que l'intelligence scrute à son gré, et vers laquelle s'envole la pensée, libre d'entraves.

Tout d'abord, nulle part, en aucun sens, à droite ni à gauche, en haut ni en bas, l'univers n'a de limite ; je te l'ai montré, l'évidence le crie, cela ressort clairement de la nature même du vide. Si donc de toutes parts s'étend un libre espace sans limites, si des germes innombrables multipliés à l'infini voltigent de mille façons et de toute éternité, est-il possible de croire que notre globe et notre firmament aient été seuls créés et qu'au-delà il n'y ait qu'oisiveté pour la multitude des

atomes? Songe bien surtout que ce monde est l'ouvrage de la nature, que d'eux-mêmes, spontanément, par le seul hasard des rencontres, les atomes, après mille mouvements désordonnés et tant de jonctions inutiles, ont enfin réussi à former les unions qui, aussitôt accomplies, devaient engendrer ces merveilles: la terre, la mer, le ciel et les espèces vivantes. Il te faut donc convenir, je le redis, qu'il s'est formé ailleurs d'autres agrégats de matière semblables à ceux de notre monde.

Toutes les fois d'ailleurs qu'une abondante matière se tient prête, qu'un espace l'attend et que rien ne fait obstacle, il est évidemment fatal que les choses prennent forme et s'accomplissent. Et si par surcroît les germes sont en telle quantité que tout le temps de l'existence des êtres ne suffirait à les compter; si la même force subsiste et la même nature pour les rassembler en tous lieux et dans le même ordre que les atomes de notre monde, il faut admettre que les autres régions de l'espace connaissent aussi leur globe, leurs races d'hommes et leurs espèces sauvages.»³

Le monde clos

Parménide, au v^e siècle avant notre ère, est peut-être le premier représentant du finitisme cosmologique. Selon lui, le Monde, image de l'Être Parfait, est pareil à une «balle bien ronde»; il a donc nécessairement des limites: «Mais puisqu'existe une limite extrême, [l'Être] est de toutes parts borné et achevé, et gonflé à l'instar d'une balle bien ronde, du centre vers les bords en parfait équilibre. Car aussi bien en plus et aussi bien en moins, aucune variation ici ou là n'existe»⁴.

De façon plus argumentée, Platon (428-347) considère un Univers fini, clos par une sphère ultime supportant

les étoiles. Pour parler de « l'espace » (le terme français vient du latin *spatium*), la terminologie grecque utilisait des appellations différentes: *apeiron*, *khaos*, *kosmos*, *kenon*, *pan* (« tout »), *ouranos* (« ciel »), etc. Dans *Le Timée*, Platon introduit un terme spécifique, *khora*, pour désigner l'étendue ou espace en tant que réceptacle de la matière, et défini par elle. Le fondateur de la célèbre Académie jouera un rôle essentiel dans l'évolution de la pensée astronomique en insistant sur le fait que les savants ne doivent pas se contenter de la contemplation des astres, mais devront utiliser la géométrie pour découvrir la vraie nature des corps célestes et expliquer leurs mouvements. Toute l'astronomie grecque, depuis Aristote et Eudoxe jusqu'à Ptolémée, qui couronnera ces conceptions cinq siècles plus tard, fleurira autour de ce précepte.

Aristote (384-322), pour sa part, ne développe pas à proprement parler une théorie de l'espace, mais une théorie du lieu (*topos*), distinct de l'étendue et indépendant de la matière. Le lieu, c'est la limite qui enveloppe les choses. L'Univers n'est pas *un* lieu, mais *le* lieu, somme totale de tous les lieux occupés par les corps. S'opposant aussi aux atomistes, Aristote considère que le nombre de corps est nécessairement fini. Au niveau cosmologique, sa conception se rapproche de celle de Platon: une Terre fixe au centre d'un monde fini, circonscrit par la sphère qui contient tous les corps de l'Univers. Mais cette sphère extérieure n'est « nulle part », puisque au-delà il n'y a rien, ni vide ni étendue.

L'acte ou la puissance

La science de la nature (la physique) et l'analyse du mouvement conduisent inévitablement Aristote à poser pour la première fois le problème de l'infini en termes modernes.

L'infini existe-t-il vraiment ? Le mouvement, la longueur ou l'intervalle de temps sont autant de notions soumises à l'alternative : être limitée ou échapper à la limite. Pour Aristote, la divisibilité du mouvement et celle d'une grandeur physique sont sans fin (il s'oppose en cela aux écoles de pensée atomistes). Il faut donc rendre compte de cette propriété qui caractérise la divisibilité d'une ligne, d'une surface ou d'un volume.

En déclarant : « est infini (*apeiron*) ce qu'on peut par nature parcourir mais qui ne se laisse pas parcourir et n'a pas de fin », Aristote inscrit sa définition de l'infini dans la catégorie du quantifiable. Qui dit quantité dit grandeur ou nombre et, pour pouvoir mesurer ou compter, il faut pouvoir distinguer le tout de ses parties. Poser ainsi, d'emblée, que le tout est partageable, divisible. Ainsi, pour une grandeur quelconque, Aristote distingue trois façons d'être infinie :

- Par composition. L'exemple type est fourni par les nombres, dont l'addition et la multiplication engendrent des nombres toujours plus grands, sans limitation. Deux millénaires plus tard, cette idée servira de base à la construction des cardinaux infinis, c'est-à-dire à la théorie mathématique des nombres infinis.
- Par division. L'exemple en est la matière, divisible à l'infini, si on la suppose continue et sans éléments insécables, contrairement à la vision atomiste. C'est de là que naîtra la théorie des infinitésimaux, sans laquelle la physique moderne n'aurait jamais vu le jour.
- Par composition et par division. C'est le cas du temps, c'est-à-dire le mouvement des sphères célestes, qui n'a ni fin ni commencement.

Le philosophe de Stagire établit la distinction fondamentale entre infini «actuel» et infini «potentiel». L'infini actuel est un infini qui serait effectivement réalisé dans la nature; l'infini potentiel n'est qu'une simple fiction nécessaire à la pensée pour résoudre certains problèmes, mais à quoi nulle réalité physique ne correspond. Dans sa *Physique*, Aristote argumente que l'infini n'existe pas comme forme achevée, comme «être actuel». En particulier, comme chez Platon, l'Univers en tant que grandeur physique doit être fini, clos par la «dernière» des sphères célestes à l'extérieur de laquelle il n'y a rien.

Aristote reconnaît cependant à l'infini une nécessité mathématique, à laquelle il peut être nécessaire de recourir dans les démonstrations. L'infini existe donc selon un autre mode: en puissance. Il s'agit d'un mode d'existence inférieur à l'être actuel, mais qui n'en est pas moins réel. L'infini en puissance est potentialité, virtualité. Il se trouve dans le nombre, puisque ce dernier est augmentable à l'infini en puissance; mais il ne saurait y avoir de nombre ultime, un nombre «infini actuel». De même, l'infini potentiel est dans la grandeur: aussi loin qu'on la divise, on peut poursuivre la division; mais cette division ne s'achève jamais. Enfin, le troisième terme de l'analyse aristotélicienne concerne le temps, défini par le mouvement. Il est à la fois divisible et augmentable. Le mouvement des sphères célestes est donc «sans commencement et sans fin», ce qui conduit Aristote à faire apparaître l'infini temporel. Ce thème, couramment désigné comme celui de *l'éternité du monde*, suscitera ultérieurement bien des objections, surtout chez les partisans des religions révélées, soucieux de fonder philosophiquement l'idée de la création du monde par un acte divin.

Les confins du monde

L'idée d'un Monde fini (Terre, planètes, étoiles) entouré d'un milieu infini, chère aux Milésiens, se retrouve chez les écoles philosophiques grecques d'Héraclite, d'Empédocle ou des «stoïciens». Ces derniers imaginent une périodicité cosmique : des mondes en pulsation se succèdent de façon ininterrompue, en passant par des phases de déflagrations et d'explosions. Il y a pourtant une différence essentielle avec les modèles de «Big Bang» proposés par la cosmologie moderne. Les Grecs distinguaient entre le «Monde» physique et le «lieu», une sorte d'équivalent antique de notre espace géométrique : ici, le Monde (par exemple sphérique) réside *dans* l'espace qui l'englobe et le contient. Cet «espace extra-cosmique» est infini, sans propriétés physiques. Au contraire, les modèles cosmologiques d'aujourd'hui *identifient* l'Univers à l'espace, ou plutôt, à une entité plus générale, l'espace-temps-matière que nous évoquerons plus loin. À cet égard, les aristotéliens – qui identifiaient Monde et «espace», tous deux finis – et les atomistes – qui identifiaient Monde et espace, tous deux infinis – ont chacun accompli une étape-clé dans l'évolution de la cosmologie.

Le paradoxe du monde fini

Les partisans d'un monde fini ont buté sur une difficulté fondamentale. En effet, il semblait indispensable d'assigner à un Monde fini un centre et une frontière. Le centre ne pose guère de difficulté conceptuelle : il suffit d'y placer la Terre, comme dans les systèmes géocentriques de l'Antiquité (les apparences vont dans ce sens), ou encore le Soleil, comme le propose dès le III^e siècle avant notre ère Aristarque de Samos dans son système héliocentrique. La notion de «bord» de l'Univers est en revanche plus problématique.

Archytas de Tarente, pythagoricien du ^v^e siècle, énonce le premier un paradoxe visant à démontrer l'absurdité de l'idée d'un bord matériel du monde. Son argument a connu une fortune considérable dans tous les débats sur l'espace : si je suis à l'extrémité du ciel des étoiles fixes, puis-je allonger la main ou un bâton ? Il est absurde de penser que je ne le peux pas ; et si je le peux, ce qui se trouve au-delà est soit un corps, soit l'espace. Nous pouvons donc aller au-delà de cela encore, et ainsi de suite. Et s'il y a toujours un nouvel espace vers lequel on peut tendre le bâton, cela implique clairement une extension sans limites. On est ainsi conduit à considérer que ce qui est au-delà du Monde, substance ou espace, fait toujours partie du Monde. Si bien que le Monde ne peut logiquement être borné sans qu'il y ait paradoxe...

Les atomistes, tel Lucrèce qui donne l'image d'une lance jetée depuis le bord de l'Univers, et, par la suite, tous les partisans d'un Univers infini comme Nicolas de Cuse et Giordano Bruno, reprendront le raisonnement. Il est clair que, si l'on conçoit l'Univers comme un espace enclos dans une enveloppe, par exemple la surface de la sphère des étoiles fixes telle qu'elle est imaginée par Platon et Aristote, le paradoxe est insoluble. Mais, au cours des siècles, les défenseurs de l'Univers fini tenteront de trouver des explications satisfaisantes. L'une d'elles, issue de la doctrine aristotélicienne revue par le Moyen Âge chrétien, propose un bord graduel : le monde physique, domaine des éléments corruptibles, se change progressivement en monde spirituel, de nature incorruptible. Cette solution résout le paradoxe de deux façons : soit la lance, constituée d'éléments terrestres, retombe vers son lieu naturel qu'est la Terre ; soit elle passe effectivement la frontière, mais se transmute en élément éthéré... Une autre explication

moins alambiquée, prônée par les stoïciens, est le bord mobile : le monde matériel est fini, mais il est entouré d'un vide infini. Projeter la lance au-delà du bord agrandit simplement le cosmos, en repoussant la frontière.

Il faudra attendre le développement des géométries non euclidiennes au XIX^e siècle pour résoudre la controverse de façon satisfaisante (voir p. 42). Ces nouvelles géométries permettent de concevoir des espaces aux propriétés différentes de celles que nous apprenons à l'école : la somme des angles d'un triangle n'est pas toujours égale à 180° ; par un point extérieur à une droite ne passe pas toujours une parallèle et une seule... Surtout, de tels espaces peuvent être d'extension finie sans avoir de bord, tout comme, à deux dimensions, la surface d'une sphère. En outre, les recherches modernes sur la topologie globale des espaces (euclidiens ou non) aboutissent également à des solutions de volume fini mais sans bord (voir p. 82).

Si de tels espaces ont, au début, paru posséder des propriétés « monstrueuses », les mathématiciens les ont vite reconnus comme parfaitement fondés. Et les physiciens ont à leur tour considéré qu'ils pourraient offrir de meilleures représentations de l'espace réel. Appliquées à la cosmologie, ces nouvelles géométries permettent de considérer sans aucune contradiction un Univers fini mais sans frontière.

Ces notions ne sont toutefois guère intuitives. Encore aujourd'hui, dans l'esprit de beaucoup de gens, c'est plutôt la conception stoïcienne qui prévaut. Ceux qui, à propos des modèles de Big Bang proposés par la cosmologie moderne, se demandent dans quoi l'univers se dilate, ont cette image mentale d'un cosmos-bulle à bord mobile, gonflant dans un espace vide et infini. Or, cette image doit être abandonnée. Les modèles cosmologiques relativistes

identifient l'Univers à l'espace, ou plus précisément à une entité physique et géométrique plus générale, l'espace-temps-matière. Donc, l'Univers, qu'il soit fini ou infini, ne peut gonfler dans quoi que ce soit, car il n'y a pas d'espace en dehors de lui-même !

Le concept de centre cosmique est éliminé par le « principe cosmologique », en vertu duquel l'Univers, homogène, est partout le même. De la même façon, la notion de bord de

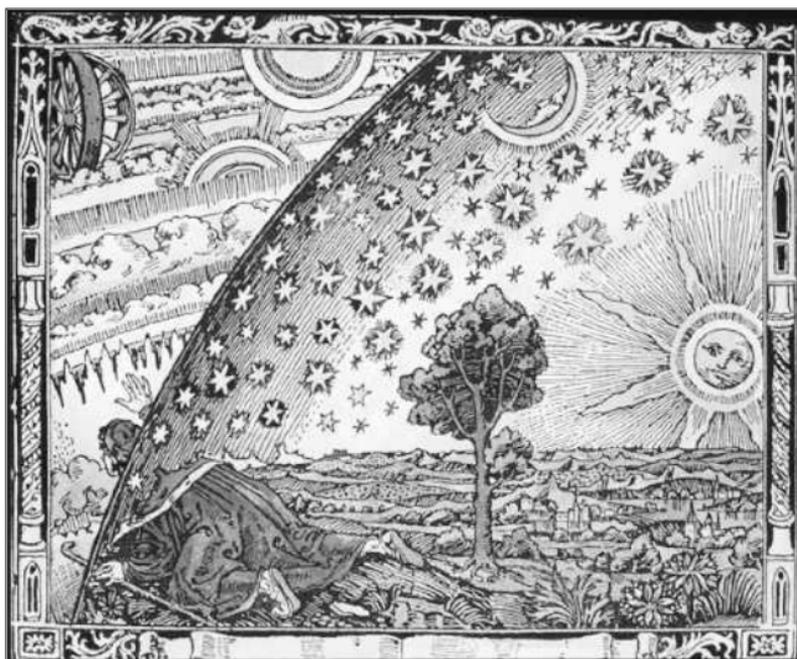


Figure 1. Cieux concentriques au Moyen Âge

Jusqu'au début de notre siècle, il semblait qu'un monde fini devait avoir un bord. Mais alors, qu'y avait-il au-delà de ce bord ? Les mathématiques et la physique d'aujourd'hui ont supprimé ce paradoxe : il est possible d'envisager, sans contradiction aucune, un espace fini mais sans frontière, aussi bien qu'un espace infini.

Gravure, 1993, original au Deutsches Museum, Munich coll. Carmen © Explorer.