

# PHYSIQUE



Jean-Michel Bauduin • Thierry Bars • Mélanie Cousin • Yves Josse  
Frédéric Legrand • Josiane Manasses • Hélène Michel

**DUNOD**



# Avant-propos

« *Quiconque a pensé pensera toujours, et l'entendement, une fois exercé à la réflexion, ne peut plus rester au repos.* »

J.-J. Rousseau, *Émile, ou de l'éducation*

## Les sciences physiques

Les sciences physiques ont pour objectif d'expliquer et de prévoir les phénomènes que nous pouvons observer. Par principe leurs lois, établies dans notre environnement terrestre, ont un caractère universel : valables dans nos laboratoires, elles sont réputées applicables en tout lieu, jusqu'aux confins de l'Univers, à toute date, dans le passé depuis la naissance de celui-ci, dans le présent et dans le futur, le plus lointain soit-il.

L'expérimentation y joue un rôle central. Une théorie, un modèle, ne valent que si leurs prévisions sont en accord avec les résultats expérimentaux, aux incertitudes près.

Expérimentation et développement théorique sont des moteurs qui se relaient l'un l'autre dans l'évolution des connaissances. Il est ainsi des étapes lors desquelles l'expérience permet de mettre en évidence un phénomène qui ne peut être expliqué par les théories existantes. Le travail du scientifique consiste alors à retoucher ces dernières, à les compléter, à en mettre de nouvelles en chantier pour rendre compte du phénomène observé. Il est à l'inverse d'autres étapes lors desquelles l'édifice théorique permet de prévoir un phénomène jusque-là inconnu. Le travail consiste alors à imaginer, à concevoir des expériences permettant de l'observer effectivement ou non et ainsi de confirmer ou d'infirmer certains éléments de l'édifice théorique.

L'histoire des sciences est riche d'exemples tels que mécanique newtonienne et observation du mouvement des planètes, théorie de l'électromagnétisme et prévision de l'existence des ondes électromagnétiques, modèle standard de la physique des particules et prévision de l'existence du boson de Higgs...

## L'ouvrage

Son contenu est conforme à celui des programmes en vigueur.

Mais, au-delà de cela, nous avons délibérément pris le parti de faire découvrir au lecteur les concepts, les lois de la physique et de la chimie dans le cadre de problématiques concrètes, en utilisant aussi souvent que possible des résultats expérimentaux. Au travers de cette démarche, notre ambition est de lui donner le goût de l'expérimentation en le sensibilisant à la richesse d'une telle approche.

En cela, **nous avons cherché à mettre en avant l'esprit des programmes**, qui valorisent le travail mené à partir de données expérimentales.

Ainsi, nous avons également voulu **tenir compte de la tendance actuelle des problèmes de concours**, qui évaluent de plus en plus l'aptitude à commenter et à exploiter des résultats expérimentaux.

Toutes les expériences décrites et exploitées, aussi bien dans le cours que dans les exercices, ont été réalisées par les auteurs pour la rédaction de l'ouvrage.

## Sa structure

Dans chaque chapitre le lecteur trouvera :

- **L'essentiel du cours**, déroulé à partir d'une contextualisation servant de fil conducteur, présentant les concepts essentiels et les méthodes importantes. Des pictogrammes sont utilisés pour en faciliter la lecture :

□ : pour des **questions destinées à structurer l'exposé**, questions qu'un étudiant curieux pourrait être amené à se poser; nous l'incitons d'ailleurs à tenter d'y répondre au moins partiellement avant de poursuivre sa lecture,



! : pour attirer l'attention sur un point important,



💡 : pour mettre en valeur **une remarque** intéressante ou **une astuce**.

- Une **interrogation de cours** sous forme d'un QCM permettant au lecteur de tester rapidement sa compréhension des notions introduites dans l'essentiel du cours.
- Des **exercices** de niveaux progressifs, comprenant des liens avec les méthodes développées en cours (des méthodes vers les exercices et des exercices vers les méthodes) qui permettent une lecture croisée de l'ouvrage.
- Les **corrigés** de l'interrogation de cours et des exercices.

## Remerciements

Nous tenons à remercier l'ensemble du personnel du laboratoire de sciences physiques du lycée Chateaubriand de Rennes pour son assistance et ses encouragements dans la réalisation des nombreuses expériences conçues pour cet ouvrage. Merci également aux collègues qui nous ont fait part de leurs observations. Enfin, ces remerciements ne sauraient être complets sans une mention spéciale à tous nos proches pour leur infinie patience !

# Table des matières

## Partie 1 Mécanique

1 Changements de référentiels .....	7
2 Véhicule à roues.....	43
3 Description d'un fluide en mouvement .....	61
4 Actions de contact dans un fluide en mouvement .....	87
5 Équations dynamiques locales .....	113
6 Bilans macroscopiques.....	141

## Partie 2 Électromagnétisme

7 Charges et courants électriques .....	175
8 Électrostatique.....	209
9 Magnétostatique .....	241
10 Dipôle électrique .....	263
11 Dipôle magnétique .....	281
12 Équations de Maxwell .....	299

## Partie 3 Physique des ondes

13 Corde vibrante .....	335
14 Ondes acoustiques dans les solides .....	369
15 Ondes acoustiques dans les fluides .....	391
16 Ondes électromagnétiques dans le vide .....	423

17 Ondes électromagnétiques dans les plasmas .....	449
18 Ondes électromagnétiques dans les métaux.....	483

## Partie 4 Optique

19 Ondes lumineuses scalaires .....	509
20 Superposition d'ondes lumineuses .....	531
21 Interférences de Young .....	557
22 Interféromètre de Michelson .....	591
23 Diffraction de la lumière.....	625

## Partie 5 Physique quantique

24 Fonction d'onde et équation de Schrödinger.....	649
25 Particule dans un potentiel .....	671

## Partie 6 Physique du laser

26 Principe du laser.....	711
27 Propriétés du faisceau laser.....	735

## Partie 7 Thermodynamique

28 Diffusion de particules .....	757
29 Transferts thermiques .....	781
30 Rayonnement thermique.....	811

## Partie 8 Annexe

31 Calcul vectoriel.....	831
Index.....	847

**Partie 1**

**Mécanique**





# Changements de référentiels

## L'essentiel du cours

### Contexte

Les sensations fortes provoquées par certaines attractions de fêtes foraines interrogent sur l'application des lois de la mécanique dans des référentiels non galiléens.

Nous envisagerons dans ce chapitre deux exemples de manèges, l'un en translation et l'autre en rotation autour d'un axe fixe par rapport au référentiel terrestre  $\mathcal{R}_t$ . Dans les deux cas, le passager peut subir des accélérations de plusieurs  $g$  par rapport à  $\mathcal{R}_t$ . Pour comprendre les actions qu'il ressent, nous devons réaliser une étude mécanique dans le référentiel non galiléen lié au manège.

### ■ 1 Référentiels en translation

Le train de l'attraction Psyké Underground du parc Walibi soumet le passager à une accélération horizontale importante lors de la phase initiale de propulsion. Nous avons reproduit au laboratoire cette phase d'accélération à l'aide de l'expérience schématisée sur la figure 1.1.

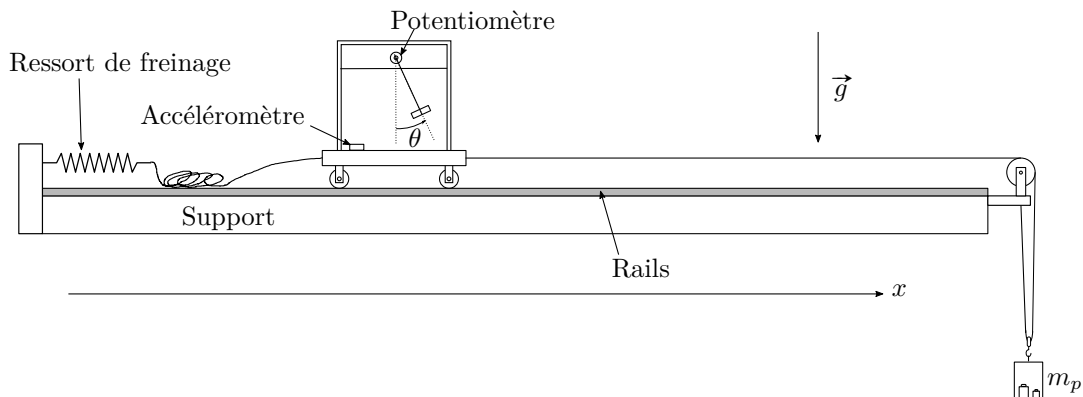


Figure 1.1. Pendule sur un chariot accéléré.

Un chariot guidé par deux rails fixés sur un support horizontal est entraîné par une corde à laquelle est suspendu un poids de masse  $m_p$ . Nous réalisons ainsi un mouvement de translation rectiligne uniformément accéléré du chariot dont l'accélération  $a_x$  peut être modifiée en changeant  $m_p$ . Le système modèle remplaçant le passager du train est un pendule pesant dont la liaison pivot est

réalisée par un potentiomètre multitours de  $10\text{ k}\Omega$  donnant accès à l'angle  $\theta$  défini sur la figure 1.1. Un accéléromètre MEMS fixé sur le chariot mesure son accélération  $a_x$ .

□ Dans quel référentiel peut-on étudier le mouvement du pendule ?

L'angle  $\theta$  permet de repérer la position du pendule par rapport au chariot mais comme celui-ci se déplace par rapport à l'observateur, il nous faut préciser les référentiels intervenant dans l'étude.

**Définition : Référentiel**

Un référentiel  $\mathcal{R}$  est constitué :

- d'un solide de référence par rapport auquel on peut étudier le mouvement d'un objet ;
- d'une horloge qui permet le repérage temporel des évènements subis par cet objet.

Un point  $O$  associé à une base vectorielle orthonormée  $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$  constitue un repère lié au référentiel  $\mathcal{R}$  si  $O$ ,  $\vec{u}_x$ ,  $\vec{u}_y$  et  $\vec{u}_z$  sont fixes par rapport au solide de référence à tout instant.



La mécanique classique postule le caractère absolu du temps : une horloge indique le même temps dans un référentiel où elle est au repos et dans un référentiel où elle est en mouvement.

Le référentiel  $\mathcal{R}$  lié aux rails (référentiel terrestre) est repéré par  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$  alors que le référentiel  $\mathcal{R}'$  lié au chariot est repéré par  $(O', \vec{u}_{x'}, \vec{u}_{y'}, \vec{u}_{z'})$ . Les repères sont représentés sur la figure 1.2.

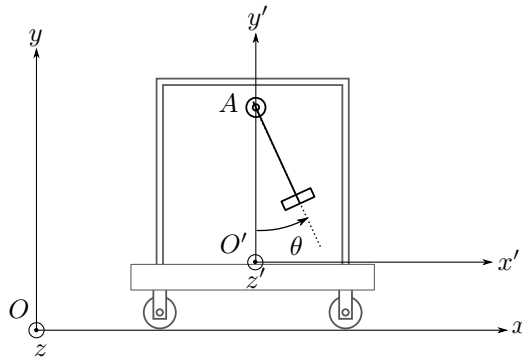


Figure 1.2. Présentation des repères.

**Définition : Référentiel  $\mathcal{R}'$  en translation par rapport à un référentiel  $\mathcal{R}$**

Un référentiel  $\mathcal{R}'$  repéré par  $(O', \vec{u}_{x'}, \vec{u}_{y'}, \vec{u}_{z'})$  est en mouvement de translation par rapport au référentiel  $\mathcal{R}$  repéré par  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$  si ses vecteurs unitaires  $\vec{u}_{x'}$ ,  $\vec{u}_{y'}$  et  $\vec{u}_{z'}$  possèdent une direction et un sens indépendants du temps dans  $\mathcal{R}$ . Mathématiquement :

$$\left. \frac{d\vec{u}_{x'}}{dt} \right|_{\mathcal{R}} = \left. \frac{d\vec{u}_{y'}}{dt} \right|_{\mathcal{R}} = \left. \frac{d\vec{u}_{z'}}{dt} \right|_{\mathcal{R}} = \vec{0}$$

Le mouvement de  $O'$  dans  $\mathcal{R}$  caractérise complètement la translation de  $\mathcal{R}'$  par rapport à  $\mathcal{R}$ .



■ Dans notre expérience, les bases  $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$  et  $(\vec{u}_{x'}, \vec{u}_{y'}, \vec{u}_{z'})$  sont identiques !

Le mouvement d'un point matériel  $M$  peut être étudié dans  $\mathcal{R}$  ou dans  $\mathcal{R}'$ .

□ **Comment composer les mouvements d'un point  $M$  dans deux référentiels en translation rectiligne uniforme ?**

Envisageons une composition de mouvements dans le cas très particulier où le chariot se déplace à vitesse constante  $\vec{v} = v\vec{u}_x$  par rapport à  $\mathcal{R}$ .

**Définition : Référentiel en mouvement de translation rectiligne uniforme**

Un référentiel  $\mathcal{R}'$  repéré par  $(O', \vec{u}_{x'}, \vec{u}_{y'}, \vec{u}_{z'})$  est en mouvement de translation rectiligne et uniforme par rapport au référentiel  $\mathcal{R}$  repéré par  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$  si son mouvement par rapport à  $\mathcal{R}$  est un mouvement de translation et si en outre la trajectoire du point  $O'$  dans  $\mathcal{R}$  est une droite parcourue à vitesse constante.

Le vecteur position  $\vec{OM}(t)$  définit la position de  $M$  à l'instant  $t$  dans le référentiel  $\mathcal{R}$ . En utilisant la base  $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ , nous définissons les coordonnées cartésiennes  $(x(t), y(t), z(t))$  du point  $M$  telles que :  $\vec{OM}(t) = x(t)\vec{u}_x + y(t)\vec{u}_y + z(t)\vec{u}_z$ .

Il est de la même manière possible de repérer le point  $M$  à l'instant  $t$  dans le référentiel  $\mathcal{R}'$  par son vecteur position  $\vec{O'M}(t)$ . En coordonnées cartésiennes :  $\vec{O'M}(t) = x'(t)\vec{u}_{x'} + y'(t)\vec{u}_{y'} + z'(t)\vec{u}_{z'}$ .

La relation de Chasles permet de relier facilement les deux vecteurs position :

$\vec{OM}(t) = \vec{OO'}(t) + \vec{O'M}(t)$ , où  $\vec{OO'}(t)$  est le vecteur position de  $O'$  dans  $\mathcal{R}$ . En utilisant les coordonnées cartésiennes de  $O'$  dans le repère  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$  :

$\vec{OO'}(t) = x_{O'}(t)\vec{u}_x + y_{O'}(t)\vec{u}_y + z_{O'}(t)\vec{u}_z$ , avec  $x_{O'}(t) = vt + x_{O'}(t=0)$ .  $y_{O'}$  et  $z_{O'}$  sont des constantes.

En supposant que l'abscisse initiale  $x_{O'}(t=0)$  est nulle, nous obtenons la composition des positions suivante, appelée transformation de Galilée.

**Transformation de Galilée**

La transformation de Galilée correspond au cas particulier où  $\mathcal{R}'$  est en translation rectiligne uniforme par rapport à  $\mathcal{R}$ . En notant  $\vec{v} = v\vec{u}_x$  la vitesse de  $\mathcal{R}'$  par rapport à  $\mathcal{R}$  et en supposant que l'abscisse de  $O'$  est confondue avec celle de  $O$  à l'instant initial  $t = 0$ , la transformation s'écrit :

$$\begin{cases} x(t) = x'(t) + vt \\ y(t) = y'(t) + y_{O'} \\ z(t) = z'(t) + z_{O'} \end{cases}$$

La vitesse de  $M$  dans le référentiel  $\mathcal{R}$  s'obtient en dérivant par rapport au temps dans  $\mathcal{R}$  le vecteur position  $\vec{OM}$  :

$$\vec{v}_{M/\mathcal{R}}(t) = \left. \frac{d\vec{OM}(t)}{dt} \right|_{\mathcal{R}} = \dot{x}(t)\vec{u}_x + \dot{y}(t)\vec{u}_y + \dot{z}(t)\vec{u}_z.$$

La vitesse du point  $M$  dans  $\mathcal{R}'$  est quant à elle obtenue en dérivant  $\vec{O'M}$  par rapport au temps

dans  $\mathcal{R}'$  :  $\vec{v}_{M/\mathcal{R}'}(t) = \left. \frac{d\vec{O'M}(t)}{dt} \right|_{\mathcal{R}'}$   $= \dot{x}'(t)\vec{u}_{x'} + \dot{y}'(t)\vec{u}_{y'} + \dot{z}'(t)\vec{u}_{z'}$ .

En dérivant par rapport au temps dans le référentiel  $\mathcal{R}$  la relation de Chasles entre les vecteurs position, il vient :

$$\left. \frac{d\overrightarrow{OM}(t)}{dt} \right|_{\mathcal{R}} = \left. \frac{d\overrightarrow{OO'}(t)}{dt} \right|_{\mathcal{R}} + \left. \frac{d\overrightarrow{O'M}(t)}{dt} \right|_{\mathcal{R}} \Rightarrow \vec{v}_{M/\mathcal{R}}(t) = \vec{v}_{O'/\mathcal{R}}(t) + \left. \frac{d\overrightarrow{O'M}(t)}{dt} \right|_{\mathcal{R}}$$

Or  $\left. \frac{d\overrightarrow{O'M}(t)}{dt} \right|_{\mathcal{R}} = x'(t)\vec{u}_{x'} + y'(t)\vec{u}_{y'} + z'(t)\vec{u}_{z'}$  puisque  $\left. \frac{d\vec{u}_{x'}}{dt} \right|_{\mathcal{R}} = \left. \frac{d\vec{u}_{y'}}{dt} \right|_{\mathcal{R}} = \left. \frac{d\vec{u}_{z'}}{dt} \right|_{\mathcal{R}} = \vec{0}$ .

Ainsi,  $\left. \frac{d\overrightarrow{O'M}(t)}{dt} \right|_{\mathcal{R}} = \left. \frac{d\overrightarrow{O'M}(t)}{dt} \right|_{\mathcal{R}'} = \vec{v}_{M/\mathcal{R}'}(t)$  et donc  $\vec{v}_{M/\mathcal{R}}(t) = \vec{v}_{M/\mathcal{R}'}(t) + \vec{v}_{O'/\mathcal{R}}(t)$ .

**Loi de composition des vitesses**

La vitesse  $\vec{v}_{M/\mathcal{R}}(t)$  d'un point  $M$  dans  $\mathcal{R}$  et sa vitesse  $\vec{v}_{M/\mathcal{R}'}(t)$  dans  $\mathcal{R}'$  en translation rectiligne uniforme par rapport à  $\mathcal{R}$  à la vitesse  $\vec{v}_{O'/\mathcal{R}} = \vec{v}$  sont liées par la relation :

$$\vec{v}_{M/\mathcal{R}}(t) = \vec{v}_{M/\mathcal{R}'}(t) + \vec{v}$$



$\vec{v}$  étant constante, l'accélération du point  $M$  par rapport à  $\mathcal{R}$  est la même que celle par rapport à  $\mathcal{R}'$  :  $\vec{a}_{M/\mathcal{R}}(t) = \vec{a}_{M/\mathcal{R}'}(t)$ .

□ **Comment composer les mouvements d'un point  $M$  dans deux référentiels en translation ?**

Pour tout autre mouvement de translation que celui rectiligne et uniforme précédemment abordé, le référentiel  $\mathcal{R}'$  est accéléré par rapport à  $\mathcal{R}$ . La relation de Chasles  $\overrightarrow{OM}(t) = \overrightarrow{OO'}(t) + \overrightarrow{O'M}(t)$  permet de relier les vecteurs-position puis d'obtenir les lois de composition des vitesses et des accélérations par dérivation par rapport au temps. Nous choisissons cependant d'établir ces lois en introduisant la notion de point coïncident.

**Définition : Point coïncident**

Nous appelons point coïncident à l'instant  $t$  le point  $P$  fixe dans  $\mathcal{R}'$  avec lequel le point  $M$  étudié coïncide à cet instant.

D'après la définition du point coïncident,  $\vec{v}_{P/\mathcal{R}'}(t) = \vec{0}$ . Le référentiel  $\mathcal{R}'$  étant en translation par rapport à  $\mathcal{R}$ , tous les points fixes dans  $\mathcal{R}'$  possèdent la même vitesse dans  $\mathcal{R}$ , c'est-à-dire  $\vec{v}_{O'/\mathcal{R}}(t)$ . Cette vitesse est appelée **vitesse d'entraînement** ; elle est notée  $\vec{v}_e(t)$ . De la même manière, l'accélération du point coïncident dans  $\mathcal{R}$ , égale à l'accélération  $\vec{a}_{O'/\mathcal{R}}(t)$  de  $O'$  dans  $\mathcal{R}$ , est appelée **accélération d'entraînement**.

On peut généraliser les notions de vitesse et d'accélération d'entraînement au cas d'un mouvement quelconque de  $\mathcal{R}'$  par rapport à  $\mathcal{R}$ .

**Définition : Vitesse et accélération d'entraînement**

Le mouvement d'un point matériel  $M$  est envisagé dans deux référentiels  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{R}'$  en mouvement l'un par rapport à l'autre. De façon générale :

- la **vitesse d'entraînement**, notée  $\vec{v}_e(t)$ , est la vitesse dans  $\mathcal{R}$  du point coïncident de  $M$  à l'instant  $t$  : il s'agit de la vitesse qu'aurait le point  $M$  dans  $\mathcal{R}$  s'il était fixe dans  $\mathcal{R}'$  ;
- l'**accélération d'entraînement**, notée  $\vec{a}_e(t)$ , est l'accélération dans  $\mathcal{R}$  du point coïncident de  $M$  à l'instant  $t$  : il s'agit de l'accélération qu'aurait le point  $M$  dans  $\mathcal{R}$  s'il était fixe dans  $\mathcal{R}'$ .

Dans le cas particulier du mouvement de translation de  $\mathcal{R}'$  par rapport à  $\mathcal{R}$ , la vitesse et l'accélération d'entraînement sont respectivement égales à la vitesse et à l'accélération de l'origine  $O'$  du repère associé à  $\mathcal{R}'$ .

Le point  $M$  se déplace par rapport au point  $P$  (déplacement par rapport à  $\mathcal{R}'$ ) qui lui-même se déplace par rapport à  $\mathcal{R}$  : la vitesse de  $M$  par rapport à  $\mathcal{R}$  est donc la somme de la vitesse de  $M$  par rapport à  $\mathcal{R}'$  et de la vitesse du point coïncident, c'est-à-dire la vitesse d'entraînement.

**Loi de composition des vitesses**

La vitesse  $\vec{v}_{M/\mathcal{R}}(t)$  d'un point  $M$  dans  $\mathcal{R}$  et sa vitesse  $\vec{v}_{M/\mathcal{R}'}(t)$  dans  $\mathcal{R}'$  **en translation par rapport à  $\mathcal{R}$**  à la vitesse  $\vec{v}_e(t) = \vec{v}_{O'/\mathcal{R}}(t)$  sont liées par la relation :

$$\vec{v}_{M/\mathcal{R}}(t) = \vec{v}_{M/\mathcal{R}'}(t) + \vec{v}_e(t)$$

où  $\vec{v}_e(t) = \vec{v}_{O'/\mathcal{R}}(t)$  est appelée **vitesse d'entraînement**.

De même l'accélération de  $M$  par rapport à  $\mathcal{R}$  se compose d'une accélération par rapport à  $\mathcal{R}'$  et de l'accélération d'entraînement.

**Loi de composition des accélérations**

L'accélération  $\vec{a}_{M/\mathcal{R}}(t)$  d'un point  $M$  dans  $\mathcal{R}$  et son accélération  $\vec{a}_{M/\mathcal{R}'}(t)$  dans  $\mathcal{R}'$  **en translation par rapport à  $\mathcal{R}$**  avec une accélération  $\vec{a}_e(t) = \vec{a}_{O'/\mathcal{R}}(t)$  sont liées par la relation :

$$\vec{a}_{M/\mathcal{R}}(t) = \vec{a}_{M/\mathcal{R}'}(t) + \vec{a}_e(t)$$

où  $\vec{a}_e(t) = \vec{a}_{O'/\mathcal{R}}(t)$  est l'**accélération d'entraînement**.

Dans l'attraction foraine Psyké Underground, un passager du train accéléré se trouve plaqué contre son siège lors de la phase d'accélération. Tout se passe comme s'il subissait dans le référentiel du train une force liée à l'accélération de ce dernier dans le référentiel terrestre : cette pseudo-force sera nommée **force d'inertie**.

□ **Qu'avons-nous observé expérimentalement ?**

Présentons les résultats expérimentaux obtenus à l'aide du pendule modèle.

Les figures 1.3 et 1.4 présentent l'accélération et l'angle obtenus pour une masse  $m_p = 1620$  g. Juste après le lâché du chariot à l'instant  $t_1 = 1$  s, on observe une phase d'accélération, à peu près constante en moyenne (0,35g), correspondant au mouvement du chariot avant son freinage par le

ressort. Durant cette phase, l'angle  $\theta$  tend rapidement vers une valeur stationnaire  $\theta_e = -19^\circ$ ,  $\theta$  étant par convention positif lorsque le pendule est dévié vers l'avant. Les valeurs moyennes de l'accélération et de l'angle sont extraites sur un intervalle où le pendule a atteint un angle stationnaire, ici entre  $t_2 = 1,5$  s et  $t_3 = 1,8$  s. Après l'instant  $t_3$  commence la phase de freinage du chariot que nous n'étudierons pas.

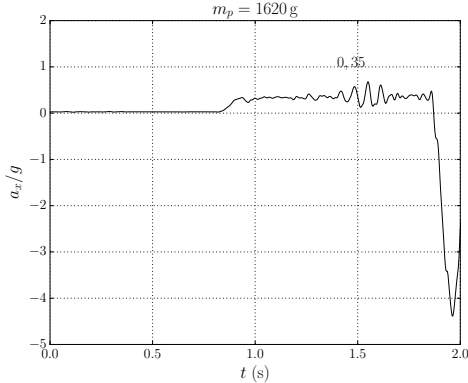


Figure 1.3. Accélération du chariot.

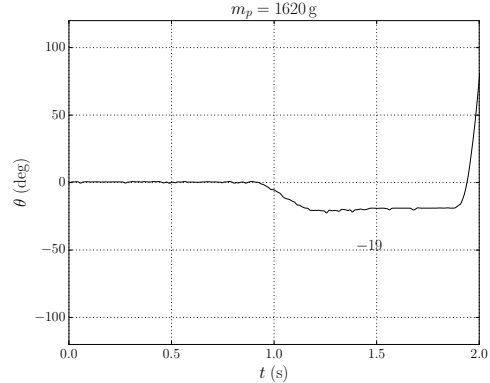


Figure 1.4. Angle du pendule.

Nous souhaitons préciser l'expression de la force d'inertie qui déplace le pendule vers l'arrière dans le référentiel du chariot. Pour simplifier l'étude dynamique, nous modélisons le pendule pesant de masse  $m$  par un pendule simple constitué d'un point  $M$  de masse  $m$  relié au point  $A$  par un fil sans masse et nous nous intéressons uniquement à la position d'équilibre dans  $\mathcal{R}'$ .

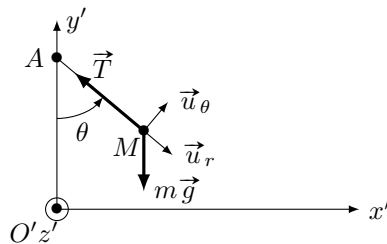


Figure 1.5. Modélisation par un pendule simple.

□ **Pourquoi le référentiel  $\mathcal{R}'$  n'est-il pas galiléen ?**

Rappelons ce que nous entendons par référentiel galiléen.

**Référentiel galiléen**

Un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel tout point  $M$  isolé (ou pseudo-isolé) est en mouvement de translation rectiligne uniforme (principe d'inertie ou 1<sup>re</sup> loi de Newton).

Nous considérerons ici le référentiel terrestre  $\mathcal{R}$  galiléen ; les référentiels en mouvement de translation par rapport à  $\mathcal{R}$  ne sont galiléens que si la translation est rectiligne et uniforme. Ce n'est pas le cas du référentiel  $\mathcal{R}'$  lié au chariot.

□ **Peut-on appliquer la loi de la quantité de mouvement dans  $\mathcal{R}'$  non galiléen ?**

Commençons par déterminer l'équation du mouvement du point  $M$  dans  $\mathcal{R}$  galiléen en appliquant la loi de la quantité de mouvement. En négligeant les frottements, le point  $M$  est soumis à son poids  $m\vec{g}$  et à la tension  $\vec{T}$  du fil.



Les frottements au niveau de l'axe de rotation, assimilés à des frottements fluides, jouent un rôle important dans le régime transitoire amenant le pendule à sa position d'équilibre mais peuvent être négligés lorsque le pendule est à l'équilibre dans  $\mathcal{R}'$ .

Ainsi :  $m\vec{a}_{M/\mathcal{R}}(t) = \vec{T} + m\vec{g}$ .

Utilisons alors la loi de composition des accélérations  $\vec{a}_{M/\mathcal{R}}(t) = \vec{a}_{M/\mathcal{R}'}(t) + \vec{a}_e(t)$ . Nous en déduisons :

$$m\vec{a}_{M/\mathcal{R}'}(t) = \vec{T} + m\vec{g} - m\vec{a}_e(t)$$

avec  $\vec{a}_{M/\mathcal{R}'}(t) = \vec{0}$  à l'équilibre dans  $\mathcal{R}'$ .

Le terme  $-m\vec{a}_e(t)$  s'ajoute aux forces subies par  $M$  et explique le déplacement observé du pendule par rapport au chariot. Nous notons ce terme  $\vec{F}_{ie}(t)$  et l'appelons **force d'inertie d'entraînement**. Notons que cette pseudo-force est opposée à l'accélération du chariot ! De la même manière, le passager du train subit une force d'inertie opposée à l'accélération de ce dernier.

**Loi de la quantité de mouvement dans  $\mathcal{R}'$  non galiléen**

La loi de la quantité de mouvement s'applique au point  $M$  de masse  $m$  dans le référentiel non galiléen  $\mathcal{R}'$  en mouvement de translation par rapport à  $\mathcal{R}$  galiléen en ajoutant aux forces  $\vec{F}_k$  subies par  $M$  la force d'inertie d'entraînement  $\vec{F}_{ie}(t)$  :

$$m\vec{a}_{M/\mathcal{R}'}(t) = \sum_k \vec{F}_k + \vec{F}_{ie}(t)$$

où  $\vec{F}_{ie}(t) = -m\vec{a}_e(t)$  est la **force d'inertie d'entraînement**.



Les forces telles que le poids et la tension du fil sont invariantes par changement de référentiel. Les forces d'inertie dans un référentiel  $\mathcal{R}'$  dépendent en revanche du mouvement de  $\mathcal{R}'$  par rapport à un référentiel  $\mathcal{R}$  galiléen. Si  $\mathcal{R}'$  est en mouvement de translation rectiligne et uniforme par rapport à  $\mathcal{R}$ , la force d'inertie d'entraînement est nulle et  $\mathcal{R}'$  est galiléen !

Utilisons la base polaire liée à  $M$  et projetons la loi de la quantité de mouvement suivant  $\vec{u}_\theta$  en notant  $\theta_e$  l'angle d'équilibre du pendule. Nous obtenons :  $0 = -mg \sin(\theta_e) - ma_e \cos(\theta_e)$  soit  $\tan(\theta_e) = -a_e/g$ .

Lors de notre expérience avec  $m_p = 1620$  g nous avons obtenu :  $\theta_e = -19^\circ$ , soit  $\tan(\theta_e) = -0,34$ . Ceci est cohérent avec  $-a_e/g = -a_x/g = -0,35$ .

En répétant l'expérience avec des masses  $m_p$  allant de 200 g à 2000 g et en calculant à chaque fois l'accélération  $a_x$  et l'angle  $\theta_e$  lorsque ce dernier atteint sa valeur stationnaire nous constatons que  $\theta_e$  est en valeur absolue d'autant plus grand que l'accélération  $a_x$  du chariot est importante. La droite d'équation  $\tan(\theta_e) = -a_x/g$  tracée sur la figure 1.6 confirme les résultats de notre modélisation.

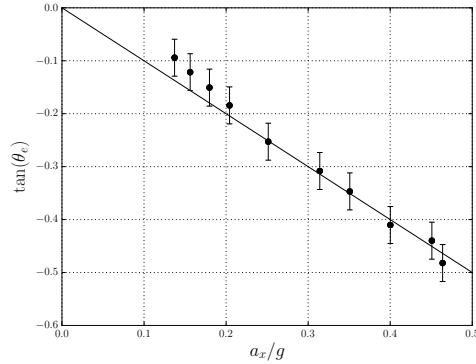


Figure 1.6. Lien entre l'angle d'équilibre du pendule et l'accélération du chariot.

□ **Peut-on appliquer la loi du moment cinétique dans  $\mathcal{R}'$  non galiléen ?**

La loi du moment cinétique s'applique au point  $M$  dans le référentiel non galiléen  $\mathcal{R}'$  en mouvement de translation par rapport à  $\mathcal{R}$  galiléen en ajoutant aux moments des forces  $\vec{F}_k$  subies par  $M$  le moment de la force d'inertie d'entraînement  $\vec{F}_{ie}(t)$ .

**Lois du moment cinétique dans  $\mathcal{R}'$  non galiléen**

Le référentiel  $\mathcal{R}'$  est en mouvement de translation par rapport au référentiel  $\mathcal{R}$  galiléen.

- Loi du moment cinétique par rapport à un point  $A$  fixe dans  $\mathcal{R}'$ .

Si  $A$  est un point fixe de  $\mathcal{R}'$ , la dérivée temporelle dans  $\mathcal{R}'$  du moment cinétique  $\vec{L}_{A/\mathcal{R}'}$  d'un point matériel  $M$  de masse  $m$  par rapport à  $A$  est égale au moment en  $A$  des forces appliquées à  $M$ , force d'inertie d'entraînement incluse :

$$\left. \frac{d\vec{L}_{A/\mathcal{R}'}}{dt} \right|_{\mathcal{R}'} = \sum_k \vec{\mathcal{M}}_A(\vec{F}_k) + \vec{\mathcal{M}}_A(\vec{F}_{ie})$$

- Loi du moment cinétique par rapport à un axe orienté  $(\Delta)$  fixe dans  $\mathcal{R}'$ .

Si  $(\Delta)$  est un axe orienté fixe dans  $\mathcal{R}'$ , la dérivée temporelle dans  $\mathcal{R}'$  du moment cinétique  $L_{\Delta/\mathcal{R}'}$  d'un point matériel  $M$  par rapport à  $(\Delta)$  est égale au moment par rapport à  $(\Delta)$  des forces appliquées à  $M$ , force d'inertie d'entraînement incluse :

$$\left. \frac{dL_{\Delta/\mathcal{R}'}}{dt} \right|_{\mathcal{R}'} = \sum_k \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_k) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_{ie})$$

Appliquons la loi du moment cinétique au pendule simple dans  $\mathcal{R}'$  par rapport à l'axe  $(Az)$  fixe dans  $\mathcal{R}'$ . Nous obtenons :  $0 = -mgL \sin(\theta_e) - ma_e L \cos(\theta_e)$  à l'équilibre et retrouvons bien la position d'équilibre  $\theta_e$ .

□ **Comment réaliser un bilan énergétique dans  $\mathcal{R}'$  non galiléen ?**

Nous écrirons les lois énergétiques dans un référentiel  $\mathcal{R}'$  non galiléen comme dans un référentiel galiléen en tenant compte de la force d'inertie d'entraînement.



**Lois énergétiques dans  $\mathcal{R}'$  non galiléen**

Le référentiel  $\mathcal{R}'$  est en mouvement de translation par rapport au référentiel  $\mathcal{R}$  galiléen.

- Loi de la puissance cinétique dans  $\mathcal{R}'$ .

La dérivée temporelle de l'énergie cinétique  $E_c$  d'un point matériel  $M$  dans  $\mathcal{R}'$  est égale à la puissance dans  $\mathcal{R}'$  des forces appliquées à  $M$ , force d'inertie d'entraînement incluse :

$$\frac{dE_{c/\mathcal{R}'}}{dt} = \sum_k \mathcal{P}_{/\mathcal{R}'}(\vec{F}_k) + \mathcal{P}_{/\mathcal{R}'}(\vec{F}_{ie})$$

- Loi de l'énergie cinétique dans  $\mathcal{R}'$ .

La variation de l'énergie cinétique  $E_c$  d'un point matériel  $M$  dans  $\mathcal{R}'$  qui se déplace entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  de la position  $M_1$  à la position  $M_2$  est égale à la somme des travaux dans  $\mathcal{R}'$  des forces appliquées à  $M$ , force d'inertie d'entraînement incluse :

$$\Delta(E_{c/\mathcal{R}'}) = E_{c/\mathcal{R}'}(t_2) - E_{c/\mathcal{R}'}(t_1) = \sum_k W_{/\mathcal{R}'}(\vec{F}_k)_{M_1 \rightarrow M_2} + W_{/\mathcal{R}'}(\vec{F}_{ie})_{M_1 \rightarrow M_2}$$

Entre deux instants infiniment proches :

$$dE_{c/\mathcal{R}'} = \sum_k \delta W_{/\mathcal{R}'}(\vec{F}_k) + \delta W_{/\mathcal{R}'}(\vec{F}_{ie})$$

Dans le cas du pendule de l'expérience, nous remarquons que la force d'inertie d'entraînement joue un rôle analogue au poids dans une direction horizontale. Or le poids est une force conservative dont l'énergie potentielle peut ici s'écrire  $E_{p,p} = -mgL \cos(\theta) + \text{cste}$ .

La puissance de la force  $\vec{F}_{ie}$  dans  $\mathcal{R}'$  est  $\mathcal{P}_{/\mathcal{R}'}(\vec{F}_{ie}) = \vec{F}_{ie} \cdot \vec{v}_{M/\mathcal{R}'} = -ma_e L \dot{\theta} \cos(\theta) = -\frac{dE_{p,ie}}{dt}$  en posant  $E_{p,ie} = ma_e L \sin(\theta) + \text{cste}$ .



La force d'inertie d'entraînement est conservative dans le cas où  $\mathcal{R}'$  est en mouvement de translation d'accélération constante  $\vec{a}_e$  par rapport au référentiel galiléen  $\mathcal{R}$ .

Il est ainsi possible de définir l'énergie potentielle  $E_p$  de  $M$  dans  $\mathcal{R}'$  en ajoutant l'énergie potentielle d'inertie d'entraînement à l'énergie potentielle des forces conservatives s'exerçant sur  $M$ .

L'énergie potentielle  $E_p = -mgL \cos(\theta) + ma_e L \sin(\theta) + \text{cste}$  peut être utilisée pour retrouver sa position d'équilibre. Un extremum de  $E_p$  est obtenu pour un angle  $\theta = \theta_e$  tel que  $\frac{dE_p}{d\theta}(\theta_e) = 0$ , c'est-à-dire  $mgL \sin(\theta_e) + ma_e L \cos(\theta_e) = 0$ . Nous retrouvons bien la même valeur de l'angle d'équilibre.

Par ailleurs  $\frac{d^2 E_p}{d\theta^2}(\theta_e) = mgL \cos(\theta_e) - ma_e L \sin(\theta_e) > 0$  : la position d'équilibre  $\theta = \theta_e$  est stable.

□ **Comment fonctionne un accéléromètre ?**

En combinant le poids  $m\vec{g}$  d'un point  $M$  de masse  $m$  et la force d'inertie d'entraînement  $-m\vec{a}_e$  que ce dernier subit dans le référentiel  $\mathcal{R}'$  du chariot, nous constatons qu'il existe dans  $\mathcal{R}'$  un champ de pesanteur apparent  $\vec{g}' = \vec{g} - \vec{a}_e$ .

Un accéléromètre est souvent constitué d'un élément élastique se déformant suivant un axe ( $O'x'$ ) sous l'action de ce champ apparent, permettant ainsi de mesurer la composante de ce champ

suivant cet axe. Il peut être modélisé simplement par un ensemble masse-ressort, le frottement fluide jouant un rôle très important pour que la masse accélérée atteigne son équilibre rapidement et sans osciller.



Le pendule étudié dans l'expérience joue le rôle d'accéléromètre puisque l'angle d'équilibre  $\theta_e$  permet d'accéder à l'accélération horizontale du chariot.

### □ Qu'entend-on par état d'impesanteur ?

Une tour de chute est un type d'attraction dans laquelle une nacelle contenant les passagers est hissée en haut d'une tour puis lâchée subitement. La nacelle est alors en chute libre, notamment au début du mouvement lorsque les forces de frottement de l'air peuvent être négligées.

Le référentiel  $\mathcal{R}'$  lié à la nacelle est en mouvement de translation accélérée par rapport au référentiel terrestre  $\mathcal{R}_t$ . L'accélération  $\vec{a}_e$  de la nacelle dans  $\mathcal{R}_t$  s'obtient facilement en appliquant la loi de la quantité de mouvement dans le référentiel  $\mathcal{R}_t$  au système constitué par la nacelle et ses passagers :  $\vec{a}_e = \vec{g}$ .

Ainsi, dans le référentiel  $\mathcal{R}'$ , la loi de la quantité de mouvement s'appliquera à un point  $M$  de masse  $m$  de la façon suivante :

$$m\vec{a}_{M/\mathcal{R}'} = \vec{F} + m\vec{g} - m\vec{a}_e = \vec{F}$$

où  $\vec{F}$  est la résultante des forces appliquées à  $M$  autres que son poids. En d'autres termes, la pesanteur n'existe pas pour un passager de la nacelle en chute libre : il est dans un état d'impesanteur.

## ■ 2 Référentiels en rotation

Le gravitron est une attraction de fête foraine constituée d'une salle circulaire dont les parois intérieures sont équipées de places capitonnées pouvant accueillir les passagers. La salle tourne autour de son axe et les passagers sont plaqués contre la paroi mobile, subissant une accélération de plusieurs  $g$  dans le référentiel terrestre.

Nous avons reproduit au laboratoire le principe de cette attraction à l'aide de l'expérience présentée sur la figure 1.7.

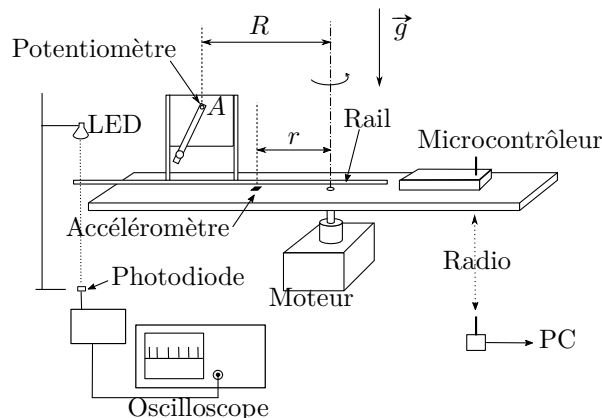


Figure 1.7. Pendule sur une plateforme tournante.

Une plateforme est entraînée en rotation autour d'un axe vertical par un moteur électrique avec une vitesse angulaire  $\Omega$  ajustable. Un rail solidaire de la plateforme selon un de ses rayons permet de fixer sur celle-ci un accéléromètre et le support d'un pendule pesant. Ce dernier est solidaire à son extrémité  $A$  de l'axe d'un potentiomètre multitours constituant une liaison pivot. On note  $r$  la distance de l'accéléromètre à l'axe de rotation de la plateforme et  $R$  celle du point  $A$ .

L'électronique embarquée sur la plateforme permet de transmettre les données par liaison radio à un ordinateur.

Une LED de puissance éclaire une photodiode et l'extrémité du rail projette une ombre sur la photodiode à chaque tour. Un amplificateur suivi d'un comparateur permet d'obtenir un signal constitué d'impulsions, dont la période est relevée avec un oscilloscope. Nous mesurons ainsi la vitesse de rotation de la plateforme.

□ **Dans quel référentiel peut-on étudier le mouvement du pendule ?**

L'angle mesuré permet de repérer la position du pendule par rapport à la plateforme. Cependant, celle-ci se déplace par rapport à l'observateur : il est nécessaire de préciser les référentiels intervenant dans cette étude.

**Définition : Référentiel  $\mathcal{R}'$  en rotation uniforme par rapport à un axe fixe dans  $\mathcal{R}$**

Un référentiel  $\mathcal{R}'$  est en mouvement de rotation uniforme autour de l'axe fixe  $(Oz)$  par rapport au référentiel  $\mathcal{R}$  de repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$  si on peut repérer  $\mathcal{R}'$  par le repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}_{x'}, \vec{u}_{y'}, \vec{u}_z)$  dont les vecteurs unitaires  $\vec{u}_{x'}$  et  $\vec{u}_{y'}$  sont en mouvement de rotation autour de l'axe  $(Oz)$  dans  $\mathcal{R}$  avec un vecteur rotation  $\vec{\Omega}$  constant.

Le schéma de la figure 1.8 précise les notations utilisées par la suite. Le référentiel terrestre  $\mathcal{R}$  est ici repéré par  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$  où  $(Oz)$  est l'axe de rotation de la plateforme. Le référentiel lié à cette dernière est repéré par  $(O, \vec{u}_{x'}, \vec{u}_{y'}, \vec{u}_z)$ , en mouvement de rotation autour de  $(Oz)$  dans  $\mathcal{R}$  avec un vecteur rotation  $\vec{\Omega} = \dot{\alpha} \vec{u}_z$  constant.

Le pendule oscille dans le plan  $(O, \vec{u}_{x'}, \vec{u}_z)$  autour de l'axe  $(Ay')$ .

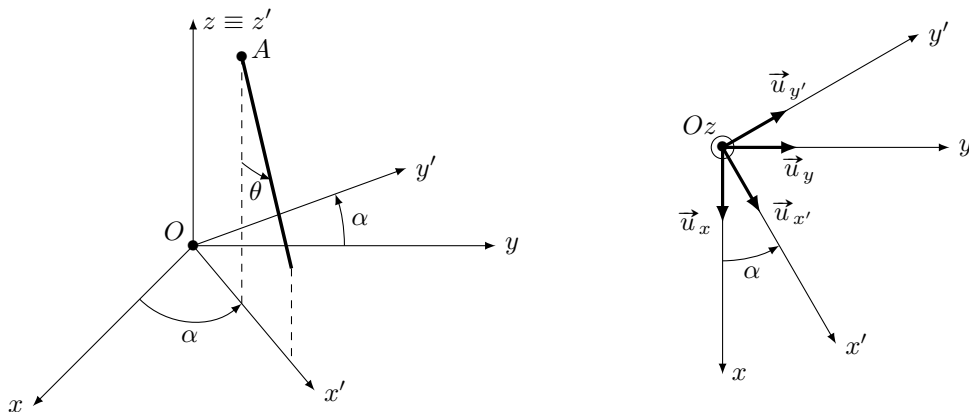


Figure 1.8. Présentation des repères utiles.



Il est important de ne pas confondre l'angle  $\theta$  qui décrit le mouvement du pendule dans  $\mathcal{R}'$  et l'angle  $\alpha$  qui rend compte de la rotation de  $\mathcal{R}'$  par rapport à  $\mathcal{R}$ .

□ **Comment composer les mouvements d'un point  $M$  dans deux référentiels en rotation l'un par rapport à l'autre ?**

La position d'un point  $M$  peut être repérée à l'instant  $t$  par son vecteur position  $\overrightarrow{OM}(t)$ . Nous notons  $P$  le point coïncident de  $M$  à l'instant  $t$ , c'est-à-dire le point fixe de  $\mathcal{R}'$  avec lequel  $M$  coïncide à l'instant  $t$ . Le mouvement de  $P$  dans  $\mathcal{R}$  est un mouvement circulaire uniforme de centre  $H$  où  $H$  est le projeté de  $P$  (donc de  $M$  à l'instant  $t$ ) sur l'axe de rotation  $(Oz)$  (voir figure 1.9).

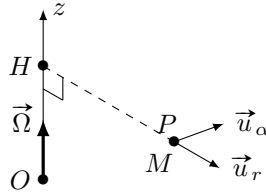


Figure 1.9. Projeté du point  $M$  sur l'axe de rotation.

La vitesse de  $P$  s'exprime simplement en utilisant les coordonnées cylindriques  $(r, \alpha, z)$  de  $P$  :  $\vec{v}_{P/\mathcal{R}}(t) = r\dot{\alpha}\vec{u}_\alpha$ , avec  $\dot{\alpha} = \Omega$  et  $r = HP$ . Indépendamment de tout système de coordonnées, il est simple de vérifier que  $\vec{v}_{P/\mathcal{R}}(t) = \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{HP} = \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{HM} = \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM}$  si  $O$  appartient à l'axe de rotation.

La composition des vitesses du point  $M$  se fait comme dans le cas des référentiels en translation : la vitesse du point  $M$  dans le référentiel  $\mathcal{R}$  est la somme de sa vitesse par rapport au référentiel  $\mathcal{R}'$  et de la vitesse du point coïncident, appelée vitesse d'entraînement et notée  $\vec{v}_e(t)$ .

**Loi de composition des vitesses**

La vitesse  $\vec{v}_{M/\mathcal{R}}(t)$  d'un point  $M$  dans  $\mathcal{R}$  et sa vitesse  $\vec{v}_{M/\mathcal{R}'}(t)$  dans  $\mathcal{R}'$  **en rotation uniforme de vecteur rotation  $\vec{\Omega}$  par rapport à  $\mathcal{R}$  autour de l'axe fixe** contenant l'origine commune  $O$  de  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{R}'$  sont liées par la relation :

$$\vec{v}_{M/\mathcal{R}}(t) = \vec{v}_{M/\mathcal{R}'}(t) + \vec{v}_e(t)$$

où  $\vec{v}_e(t) = \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM}(t)$  est appelée **vitesse d'entraînement**.



Contrairement au cas des référentiels en translation, la vitesse d'entraînement n'est pas la même en tout point !

Nous appelons accélération d'entraînement l'accélération  $\vec{a}_e(t)$  du point coïncident dans  $\mathcal{R}$ . Cette accélération s'écrit en coordonnées cylindriques  $\vec{a}_e(t) = -r\dot{\alpha}^2\vec{u}_r = -r\Omega^2\vec{u}_r$  ou indépendamment du système de coordonnées :  $\vec{a}_e(t) = -\Omega^2\overrightarrow{HM} = \vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM})$ .

La composition des accélérations est cependant plus délicate que dans le cas des référentiels en translation et nous l'admettrons sans démonstration.

**Loi de composition des accélérations**

L'accélération  $\vec{a}_{M/\mathcal{R}}(t)$  d'un point  $M$  dans  $\mathcal{R}$  et son accélération  $\vec{a}_{M/\mathcal{R}'}(t)$  dans  $\mathcal{R}'$  en rotation uniforme de vecteur rotation  $\vec{\Omega}$  par rapport à  $\mathcal{R}$  autour de l'axe fixe contenant l'origine commune  $O$  de  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{R}'$  sont liées par la relation :

$$\vec{a}_{M/\mathcal{R}}(t) = \vec{a}_{M/\mathcal{R}'}(t) + \vec{a}_e(t) + \vec{a}_c(t)$$

- $\vec{a}_e(t) = \vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM}(t)) = -\Omega^2 \overrightarrow{HM}(t)$  est l'accélération d'entraînement.  $H$  est le projeté de  $M$  à la date  $t$  sur l'axe de rotation ( $Oz$ ) : l'accélération d'entraînement est axipète.
- $\vec{a}_c(t) = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_{M/\mathcal{R}'}(t)$  est l'accélération de Coriolis.

L'accéléromètre fixe par rapport à la plateforme en rotation donne l'accélération d'entraînement. La figure 1.10 montre l'évolution de l'accélération d'entraînement en fonction de  $\Omega^2$  pour différentes positions de l'accéléromètre, en très bon accord avec l'expression théorique  $a_e = -\Omega^2 r$  :

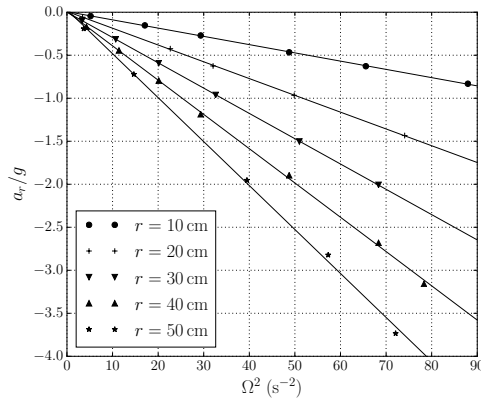


Figure 1.10. Accélération d'entraînement.

**Méthode 1.1 : Composer les mouvements d'un point  $M$  dans deux référentiels**

Pour composer les mouvements d'un point  $M$  dans deux référentiels  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{R}'$  :

- Identifier le type de mouvement du référentiel  $\mathcal{R}'$  par rapport au référentiel  $\mathcal{R}$ .
- Écrire la loi de composition des vitesses  $\vec{v}_{M/\mathcal{R}}(t) = \vec{v}_{M/\mathcal{R}'}(t) + \vec{v}_e(t)$  et utiliser l'expression de la vitesse d'entraînement  $\vec{v}_e(t)$  adaptée à la situation.
- Écrire la loi de composition des accélérations  $\vec{a}_{M/\mathcal{R}}(t) = \vec{a}_{M/\mathcal{R}'}(t) + \vec{a}_e(t) + \vec{a}_c(t)$  en utilisant les expressions adaptées de l'accélération d'entraînement  $\vec{a}_e(t)$  et de l'accélération de Coriolis  $\vec{a}_c(t)$ .

➔ Exercices (1.1) (1.2) (1.3)



L'accélération de Coriolis est nulle dans le cas d'un mouvement de translation de  $\mathcal{R}'$  par rapport à  $\mathcal{R}$  car  $\vec{\Omega} = \vec{0}$ .

Dans l'attraction Gravitron, un passager est plaqué contre la paroi de la salle en rotation. Tout se passe comme s'il subissait dans le référentiel  $\mathcal{R}'$  de la salle une force liée à la rotation de  $\mathcal{R}'$  par rapport au référentiel terrestre : cette pseudo-force est qualifiée de **force d'inertie d'entraînement**.

□ **Qu'avons-nous obtenu expérimentalement ?**

Présentons les résultats obtenus à l'aide du pendule modèle placé sur la plateforme tournante. L'expérience est conduite en faisant varier la vitesse du moteur par paliers d'une vingtaine de secondes, laissant le temps au pendule d'atteindre l'équilibre et à l'oscilloscope de calculer la période de rotation.

Le schéma simplifié de la figure 1.11 présente les notations qui seront utilisées pour le repérage du pendule dans le référentiel de la plateforme.

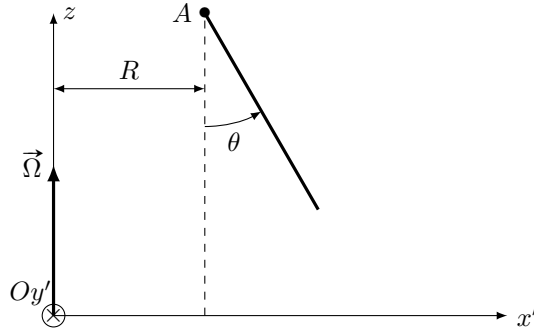


Figure 1.11. Schéma simplifié du pendule sur la plateforme.

Voici un exemple d'enregistrement de l'angle  $\theta$  du pendule, réalisé pour  $R = 45$  cm :

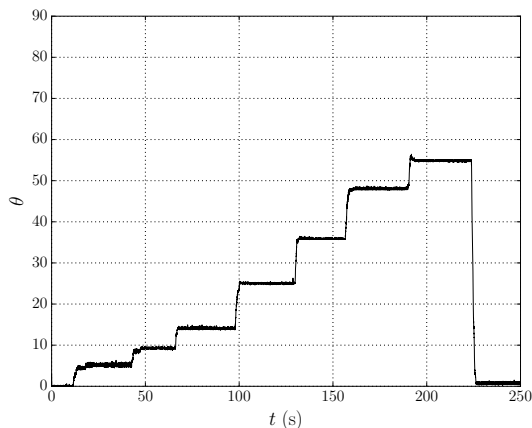


Figure 1.12. Enregistrement de l'angle d'équilibre avec  $R = 45$  cm.

Il apparaît que l'angle d'équilibre atteint par le pendule au cours de chaque palier augmente au fur et à mesure que la vitesse angulaire de la plateforme augmente.

Nous souhaitons préciser l'expression de la force d'inertie qui déplace le pendule dans le référentiel de la plateforme et proposer une loi reliant cet angle d'équilibre  $\theta_e$  à la vitesse angulaire  $\Omega$ .

Le pendule étant réalisé à l'aide d'une barre en plexiglas de masse  $m_b$  et de longueur  $L$  sur laquelle est fixé un poids de masse  $m \gg m_b$ , il est possible pour simplifier l'étude de modéliser le pendule par le pendule simple représenté sur la figure 1.13 constitué d'un point  $M$  de masse  $m$  relié au point  $A$  par un fil sans masse de longueur  $L$ . Nous nous intéressons uniquement aux éventuelles positions d'équilibre du pendule.

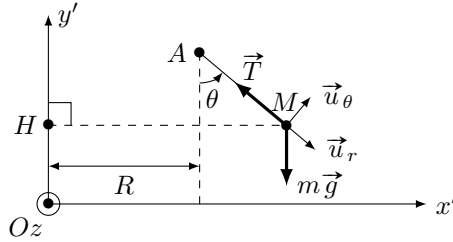


Figure 1.13. Modélisation par un pendule simple.

□ **Peut-on appliquer la loi de la quantité de mouvement dans le référentiel  $\mathcal{R}'$  non galiléen ?**

Commençons par déterminer l'équation du mouvement du point  $M$  dans le référentiel terrestre  $\mathcal{R}$  galiléen en appliquant la loi de la quantité de mouvement. En négligeant les frottements lorsque le pendule est à l'équilibre dans  $\mathcal{R}'$ , le point  $M$  est soumis à son poids  $m\vec{g}$  et à la tension  $\vec{T}$  de la tige. Ainsi :  $m\vec{a}_{M/\mathcal{R}}(t) = \vec{T} + m\vec{g}$ .

Utilisons alors la loi de composition des accélérations  $\vec{a}_{M/\mathcal{R}}(t) = \vec{a}_{M/\mathcal{R}'}(t) + \vec{a}_e(t) + \vec{a}_c(t)$ . Nous en déduisons :  $m\vec{a}_{M/\mathcal{R}'}(t) = \vec{T} + m\vec{g} - m\vec{a}_e(t) - m\vec{a}_c(t)$ , avec  $\vec{a}_{M/\mathcal{R}'}(t) = \vec{0}$  et  $\vec{a}_c(t) = \vec{0}$  si  $M$  est immobile dans  $\mathcal{R}'$ .

Le terme  $-m\vec{a}_e(t)$  s'ajoute ainsi aux forces subies par  $M$  et explique le déplacement observé du pendule par rapport au chariot. Nous notons ce terme  $\vec{F}_{ie}$  et l'appelons **force d'inertie d'entraînement**. Le terme  $-m\vec{a}_c(t)$  s'ajoute aussi aux forces subies par  $M$  lorsque celui-ci se déplace dans  $\mathcal{R}'$ . Nous notons ce terme  $\vec{F}_{ic}$  et l'appelons **force d'inertie de Coriolis**.

**Loi de la quantité de mouvement dans  $\mathcal{R}'$  non galiléen**

La loi de la quantité de mouvement s'applique au point  $M$  de masse  $m$  dans le référentiel non galiléen  $\mathcal{R}'$  en mouvement de rotation uniforme autour de l'axe  $(Oz)$  par rapport à  $\mathcal{R}$  galiléen en ajoutant aux forces  $\vec{F}_k$  subies par  $M$  les **forces d'inertie d'entraînement**  $\vec{F}_{ie}(t)$  et de **Coriolis**  $\vec{F}_{ic}(t)$  :

$$m\vec{a}_{M/\mathcal{R}'}(t) = \sum_k \vec{F}_k + \vec{F}_{ie}(t) + \vec{F}_{ic}(t)$$

avec  $\vec{F}_{ie}(t) = -m\vec{a}_e(t) = -m\vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM}(t)) = +m\Omega^2 \overrightarrow{HM}(t)$ , où  $H$  est le projeté de  $M$  à l'instant  $t$  sur l'axe  $(Oz)$ , et  $\vec{F}_{ic}(t) = -m\vec{a}_{ic}(t) = -2m\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_{M/\mathcal{R}'}(t)$ .



La force d'inertie d'entraînement est dirigée de l'axe de rotation vers l'extérieur, perpendiculairement à l'axe : elle est dite **axifuge**.

Utilisons la base polaire liée à  $M$  et projetons la loi de la quantité de mouvement suivant  $\vec{u}_\theta$  en notant  $\theta_e$  l'angle d'équilibre du pendule. Nous obtenons :  $0 = -mg \sin(\theta_e) + m\Omega^2 HM \cos(\theta_e)$  avec  $HM = R + L \sin(\theta_e)$ . Ainsi :  $\frac{\tan(\theta_e)}{R + L \sin(\theta_e)} = \frac{\Omega^2}{g}$ .

Nous avons mesuré les angles d'équilibre  $\theta_e$  avec un pendule de longueur  $L = 11$  cm pour différentes positions du pendule (c'est-à-dire différentes valeurs de  $R$ ) et différentes vitesses angulaires  $\Omega$  puis nous avons tracé  $\tan(\theta_e)/(R + L \sin(\theta_e))$  en fonction de  $\Omega^2/g$  (voir figure 1.14).

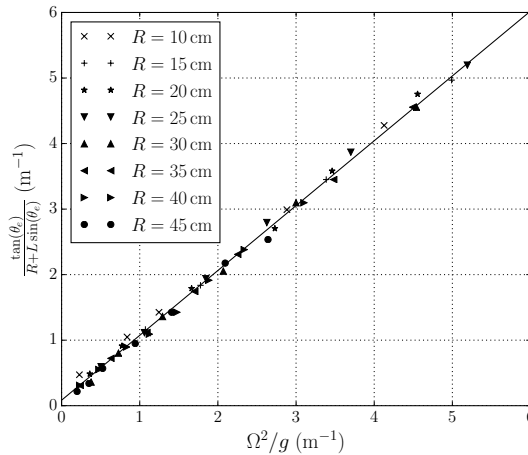


Figure 1.14. Enregistrement de l'angle d'équilibre pour différentes valeurs de  $R$ .

La loi liant  $\theta_e$  à  $\Omega$  est en bon accord avec les résultats expérimentaux obtenus.

□ **Peut-on appliquer la loi du moment cinétique dans  $\mathcal{R}'$  non galiléen ?**

La loi du moment cinétique s'applique au point  $M$  dans le référentiel non galiléen  $\mathcal{R}'$  en mouvement de rotation uniforme autour de l'axe ( $Oz$ ) par rapport à  $\mathcal{R}$  galiléen en ajoutant aux moments des forces  $\vec{F}_k$  subies par  $M$  le moment des forces d'inertie d'entraînement  $\vec{F}_{ie}(t)$  et de Coriolis  $\vec{F}_{ic}(t)$ .

#### Loi du moment cinétique par rapport à un point $A$ fixe dans $\mathcal{R}'$ non galiléen

Le référentiel  $\mathcal{R}'$  est en mouvement de rotation uniforme autour de l'axe ( $Oz$ ) par rapport au référentiel  $\mathcal{R}$  galiléen.

Si  $A$  est **un point fixe de  $\mathcal{R}'$** , la dérivée temporelle dans  $\mathcal{R}'$  du moment cinétique  $\vec{L}_{A/\mathcal{R}'}$  d'un point matériel  $M$  par rapport à  $A$  est égale au moment en  $A$  des forces appliquées à  $M$ , forces d'inertie d'entraînement et de Coriolis incluses :

$$\left. \frac{d\vec{L}_{A/\mathcal{R}'}}{dt} \right|_{\mathcal{R}'} = \sum_k \vec{\mathcal{M}}_A(\vec{F}_k) + \vec{\mathcal{M}}_A(\vec{F}_{ie}) + \vec{\mathcal{M}}_A(\vec{F}_{ic})$$



**Loi du moment cinétique par rapport à un axe ( $\Delta$ ) fixe dans  $\mathcal{R}'$  non galiléen**

Le référentiel  $\mathcal{R}'$  est en mouvement de rotation uniforme autour de l'axe ( $Oz$ ) par rapport au référentiel  $\mathcal{R}$  galiléen.

Si ( $\Delta$ ) est **un axe orienté fixe dans  $\mathcal{R}'$** , la dérivée temporelle dans  $\mathcal{R}'$  du moment cinétique  $L_{\Delta/\mathcal{R}'}$  d'un point matériel  $M$  par rapport à ( $\Delta$ ) est égale au moment par rapport à ( $\Delta$ ) des forces appliquées à  $M$ , forces d'inertie d'entraînement et de Coriolis incluses :

$$\left. \frac{dL_{\Delta/\mathcal{R}'}}{dt} \right|_{\mathcal{R}'} = \sum_k \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_k) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_{ie}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_{ic})$$

Appliquons la loi du moment cinétique au pendule simple dans  $\mathcal{R}'$  par rapport à l'axe ( $Az$ ) fixe dans  $\mathcal{R}'$ . Nous obtenons :  $-mgL \sin(\theta_e) + m\Omega^2 (R + L \sin(\theta_e)) L \cos(\theta_e) = 0$  à l'équilibre et retrouvons bien la relation obtenue à l'aide de la loi de la quantité de mouvement.

□ **Comment réaliser un bilan énergétique dans  $\mathcal{R}'$  non galiléen ?**

Nous écrivons les lois énergétiques dans un référentiel  $\mathcal{R}'$  non galiléen comme dans un référentiel galiléen en tenant compte de la force d'inertie d'entraînement.



**La force de Coriolis ne travaille pas dans  $\mathcal{R}'$  !** Pour nous en convaincre, écrivons la puissance de cette force dans  $\mathcal{R}'$  :  $\mathcal{P}_{c/\mathcal{R}'} = -2m (\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_{M/\mathcal{R}'}) \cdot \vec{v}_{M/\mathcal{R}'}(t) = 0$ .

**Lois énergétiques dans  $\mathcal{R}'$  non galiléen**

Le référentiel  $\mathcal{R}'$  est en mouvement de rotation par rapport au référentiel  $\mathcal{R}$  galiléen autour de l'axe ( $Oz$ ) fixe dans  $\mathcal{R}$ .

- Loi de la puissance cinétique dans  $\mathcal{R}'$ .

La dérivée temporelle de l'énergie cinétique  $E_c$  d'un point matériel  $M$  dans  $\mathcal{R}'$  est égale à la puissance dans  $\mathcal{R}'$  des forces appliquées à  $M$ , force d'inertie d'entraînement incluse :

$$\frac{dE_{c/\mathcal{R}'}}{dt} = \sum_k \mathcal{P}_{/\mathcal{R}'}(\vec{F}_k) + \mathcal{P}_{/\mathcal{R}'}(\vec{F}_{ie})$$

- Loi de l'énergie cinétique dans  $\mathcal{R}'$ .

La variation de l'énergie cinétique  $E_c$  d'un point matériel  $M$  dans  $\mathcal{R}'$  qui se déplace entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  de la position  $M_1$  à la position  $M_2$  est égale à la somme des travaux dans  $\mathcal{R}'$  des forces appliquées à  $M$ , force d'inertie d'entraînement incluse :

$$\Delta(E_{c/\mathcal{R}'}) = E_{c/\mathcal{R}'}(t_2) - E_{c/\mathcal{R}'}(t_1) = \sum_k W_{/\mathcal{R}'}(\vec{F}_k)_{M_1 \rightarrow M_2} + W_{/\mathcal{R}'}(\vec{F}_{ie})_{M_1 \rightarrow M_2}$$

Entre deux instants infiniment proches :

$$dE_{c/\mathcal{R}'} = \sum_k \delta W_{/\mathcal{R}'}(\vec{F}_k) + \delta W_{/\mathcal{R}'}(\vec{F}_{ie})$$

Montrons que la force d'inertie d'entraînement est conservative :  $\vec{F}_{ie} = m\Omega^2 \overline{HM} = m\Omega^2 r \vec{u}_r$ , en introduisant la base cylindrique  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ . Le travail élémentaire  $\delta W_{ie/\mathcal{R}'}$  de cette force lors du déplacement  $d\vec{\ell} = dr\vec{u}_r + r d\theta\vec{u}_\theta + dz\vec{u}_z$  est  $\delta W_{ie/\mathcal{R}'} = \vec{F}_{ie} \cdot d\vec{\ell} = m\Omega^2 r dr = -d\left(-\frac{m\Omega^2 r^2}{2}\right)$ . La force  $\vec{F}_{ie}$  est bien conservative et dérive d'une énergie potentielle  $E_{p,ie} = -\frac{1}{2}m\Omega^2 HM^2$  définie à une constante additive près.

### Énergie potentielle d'inertie d'entraînement

Dans le cas d'un référentiel  $\mathcal{R}'$  en mouvement de rotation par rapport au référentiel  $\mathcal{R}$  galiléen autour de l'axe  $(Oz)$  fixe dans  $\mathcal{R}$ , la force d'inertie d'entraînement  $\vec{F}_{ie}(t)$  subie par un point  $M$  est conservative. L'énergie potentielle dont dérive  $\vec{F}_{ie}(t)$  s'écrit :  $E_{p,ie} = -\frac{1}{2}m\Omega^2 HM^2$  à une constante additive près,  $H$  étant le projeté orthogonal de  $M$  sur l'axe  $(Oz)$  à la date  $t$ .

La position d'équilibre du pendule simple sur la plateforme peut être retrouvée par une approche énergétique. Le poids et la force d'inertie d'entraînement étant conservatives, l'énergie potentielle de  $M$  s'écrit :  $E_p = -mgL \cos(\theta) - \frac{1}{2}m\Omega^2(R + L \sin(\theta))^2 + \text{cste}$ . Une position d'équilibre  $\theta_e$  correspond à un extremum de  $E_p$  :

$\frac{dE_p}{d\theta}(\theta_e) = 0 = mgL \sin(\theta_e) - mL\Omega^2(R + L \sin(\theta_e)) \cos(\theta_e)$ . Nous retrouvons la position d'équilibre obtenue par les deux premières méthodes.

Par ailleurs, nous pouvons montrer que  $\frac{d^2E_p}{d\theta^2}(\theta_e) > 0$  : la position d'équilibre est stable.

### Méthode 1.2 : Appliquer les lois de la dynamique dans un référentiel non galiléen

Pour étudier le mouvement d'un point  $M$  de masse  $m$  dans un référentiel non galiléen  $\mathcal{R}'$  :

- Identifier le type de mouvement du référentiel d'étude  $\mathcal{R}'$  par rapport à un référentiel galiléen  $\mathcal{R}$ .
- Exprimer les forces d'inertie d'entraînement et de Coriolis subies par  $M$ .
- Choisir la loi de la dynamique adaptée et l'appliquer comme dans un référentiel galiléen mais en n'oubliant pas d'ajouter aux forces subies par  $M$  les forces d'inertie.

➔ Exercices (1.4) (1.5)

### □ Comment mettre en évidence l'influence de la force de Coriolis ?

La force de Coriolis n'est pas intervenue dans l'expérience précédente car elle était orthogonale au plan d'oscillation du pendule ( $\vec{F}_{ic} \perp \vec{\Omega}$  et  $\vec{F}_{ic} \perp \vec{v}_{M/\mathcal{R}'}(t)$ ). Par ailleurs, la force de Coriolis était nulle à l'équilibre du pendule dans  $\mathcal{R}'$ .

Nous avons donc légèrement modifié le dispositif de l'expérience précédente en fixant un cadre pour soutenir un pendule pesant constitué d'une boule en fer suspendue par un fil en lin : l'extrémité du pendule n'est plus contrainte de se déplacer dans un plan vertical par rapport à  $\mathcal{R}'$ .

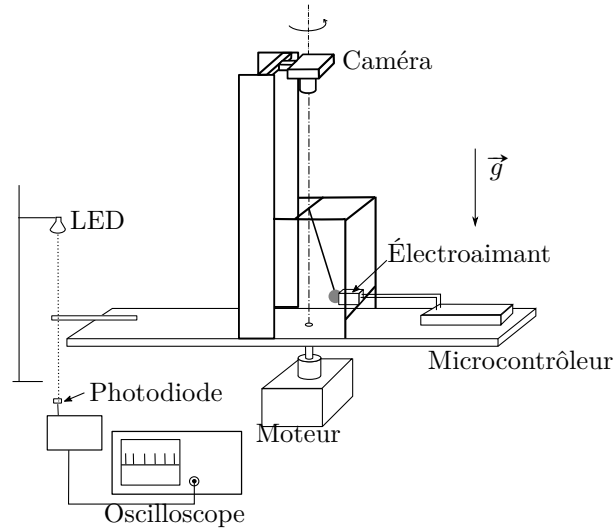


Figure 1.15. Mise en évidence de la force de Coriolis.

Un électroaimant fixé sur le cadre est alimenté par une pile *via* un transistor commandé par un microcontrôleur. Il est ainsi alimenté pendant 10 s au début de l'expérience, le temps de retenir la boule pendant que le plateau est mis en rotation. Alors qu'une vitesse de rotation constante est atteinte, la boule est libérée sans vitesse initiale dans le référentiel du plateau. Son mouvement dans ce référentiel est observé par une caméra solidaire du plateau, fixée à environ 65 cm de hauteur.

Les mouvements du pendule enregistrés à 30 images par seconde pour une période de rotation du plateau  $T = 12,3$  s sont représentés sur la figure 1.16. L'instant  $t = 0$  coïncide avec le début du mouvement.

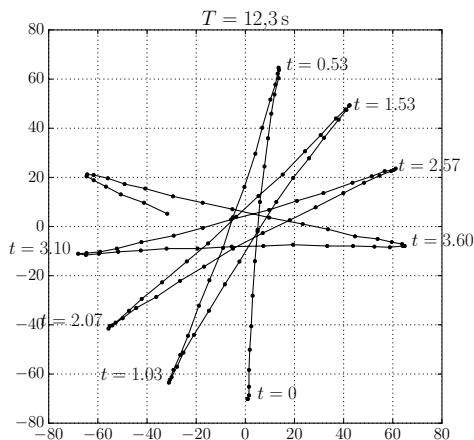
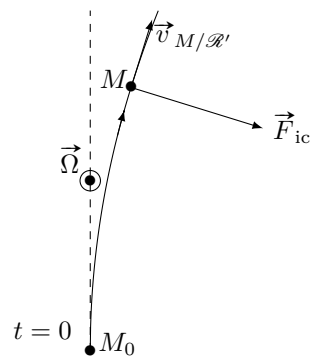
Figure 1.16. Mouvement du pendule pour  $T = 12,3$  s.

Figure 1.17. Force de Coriolis.

Nous constatons que le plan d'oscillation du pendule dans  $\mathcal{R}'$  tourne lui-même autour de l'axe  $(Oz)$  de rotation de la plateforme en sens inverse de celle-ci dans  $\mathcal{R}$  !

Le schéma de la figure 1.17 montre en vue de dessus le début de la trajectoire de l'extrémité  $M$  du pendule lorsqu'il est lâché de  $M_0$  à l'instant  $t = 0$ . Le plan dans lequel oscillerait le point  $M$  si  $\mathcal{R}'$  était galiléen est indiqué en pointillés. La force d'inertie d'entraînement étant axifuge, elle n'est pas responsable de la déviation observée au contraire de la force de Coriolis qui est perpendiculaire à la vitesse de  $M$  dans  $\mathcal{R}'$ .

### ■ 3 Caractère galiléen d'un référentiel

Nous avons postulé avec bonheur le caractère galiléen du référentiel terrestre pour interpréter nos expériences. De façon générale, nous considérons qu'un référentiel est galiléen si les résultats expérimentaux n'infirmes pas, aux précisions de mesures près, les résultats théoriques obtenus en appliquant les lois de la dynamique de Newton. Dans le cas contraire, nous devons tenir compte des forces d'inertie.

#### □ Le référentiel de Copernic est-il galiléen ?

Le repère associé au référentiel de Copernic  $\mathcal{R}_c$  a pour origine le centre de masse du système solaire et possède trois axes pointant vers des étoiles « fixes ».

Il s'agit du meilleur référentiel galiléen possible pour un observateur situé dans le système solaire. Le référentiel de Kepler  $\mathcal{R}_k$  (ou héliocentrique) diffère du référentiel de Copernic puisque le repère qui lui est associé est centré sur le centre de masse du Soleil, proche du centre de masse du système solaire, ses axes pointant vers des étoiles « fixes ». En mouvement de translation par rapport au référentiel de Copernic, il est néanmoins lui aussi un excellent référentiel galiléen, adapté à l'étude du mouvement des planètes du système solaire.

#### □ Le référentiel géocentrique est-il galiléen ?

Le repère associé au référentiel géocentrique  $\mathcal{R}_g$  est centré sur le centre de masse  $T$  de la Terre et doté de trois axes pointant vers des étoiles « fixes » : il est en mouvement de translation quasi-circulaire par rapport au référentiel de Kepler. Nous noterons  $R_g$  le rayon de l'orbite terrestre.

Nous avons utilisé ce référentiel en première année pour étudier le mouvement des satellites autour de la Terre. Était-il légitime de le supposer galiléen ?

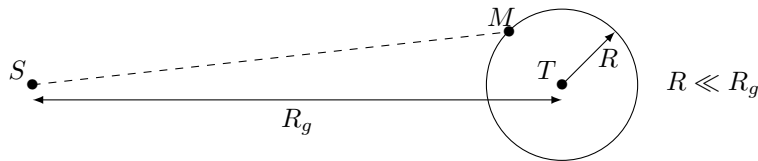


Figure 1.18. Satellite géostationnaire et caractère galiléen du référentiel géocentrique.

Envisageons le cas d'un satellite géostationnaire assimilé à un point  $M$  de masse  $m$  en orbite quasi-circulaire de rayon  $R = 4,2 \cdot 10^4$  km. Appliquons la loi de la quantité de mouvement au satellite dans le référentiel géocentrique.

$$m \vec{a}_{M/\mathcal{R}_g} = m \vec{\mathcal{G}}_t(M) + m \vec{\mathcal{G}}_a(M) - m \vec{a}_e$$

La force d'inertie d'entraînement  $\vec{F}_{ie} = -m \vec{a}_e$  où  $\vec{a}_e = \vec{a}_{T/\mathcal{R}_k}$  traduit le caractère non galiléen de  $\mathcal{R}_g$ .  $\vec{\mathcal{G}}_t(M)$  est le champ de gravitation de la Terre en  $M$  et  $\vec{\mathcal{G}}_a(M)$  celui des autres astres (le Soleil et la Lune en particulier) au même point  $M$ .

L'accélération d'entraînement  $\vec{a}_e$  s'obtient simplement en appliquant la loi de la quantité de mouvement à la Terre de masse  $m_t$  dans le référentiel de Kepler galiléen :  $m_t \vec{a}_{T/\mathcal{R}_k} = m_t \vec{\mathcal{G}}_a(T)$ .

Le mouvement du satellite  $M$  obéit ainsi à l'équation :  $m \vec{a}_{M/\mathcal{R}_g} = m \vec{\mathcal{G}}_t(M) + m (\vec{\mathcal{G}}_a(M) - \vec{\mathcal{G}}_a(T))$ .

Le terme différentiel  $\vec{\mathcal{G}}_a(M) - \vec{\mathcal{G}}_a(T)$  est négligeable devant le champ de gravitation terrestre car le rayon de la trajectoire du satellite est très petit devant la distance entre la Terre et les astres influents. Nous pouvons alors écrire :

$$m \vec{a}_{M/\mathcal{R}_g} \approx m \vec{\mathcal{G}}_t(M)$$

Il est effectivement possible de supposer le référentiel géocentrique galiléen à condition de négliger la force de gravitation exercée sur le satellite par les autres astres que la Terre.

Cependant, le caractère non galiléen du référentiel géocentrique est impliqué dans l'explication du phénomène des marées. Le terme différentiel  $\vec{\mathcal{G}}_a(M) - \vec{\mathcal{G}}_a(T)$  est d'ailleurs appelé **terme des marées**.

□ **Le référentiel terrestre est-il galiléen ?**

Le référentiel terrestre  $\mathcal{R}_t$  n'est en toute rigueur pas galiléen puisqu'il est en mouvement de rotation par rapport au référentiel géocentrique  $\mathcal{R}_g$  avec un vecteur rotation  $\vec{\Omega}_t$  quasiment uniforme. La période de rotation, ou jour sidéral, est  $T_t = \frac{2\pi}{\Omega_t} \simeq 24 \text{ h}$ .

Envisageons dans un premier temps un objet au repos par rapport à  $\mathcal{R}_t$ . La figure 1.19 présente le principe du fil à plomb : un point  $M$  de masse  $m$  est relié à un point fixe  $O$  par l'intermédiaire d'un fil.



Figure 1.19. Pendule à l'équilibre.

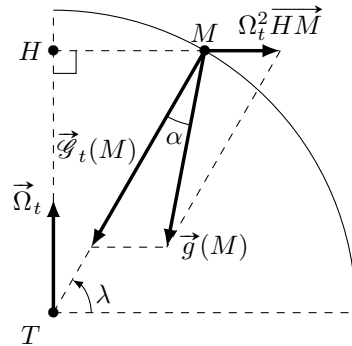


Figure 1.20. Pesanteur et latitude.

**Définition : Verticale d'un lieu**

Un fil lesté et immobile définit la verticale du lieu où il est situé.

Les forces s'exerçant sur  $M$  à l'équilibre sont la tension  $\vec{T}$  du fil, la force de gravitation terrestre  $-G \frac{m_t m}{TM^3} \vec{TM} = m \vec{\mathcal{G}}_t(M)$  et la force d'inertie d'entraînement  $m \Omega_t^2 \vec{HM}$ ,  $H$  étant le projeté de  $M$  sur l'axe de rotation de la Terre comme précisé sur la figure 1.20. La force de Coriolis appliquée à  $M$  est nulle puisque  $M$  est au repos. Ainsi :  $\vec{T} + m \vec{\mathcal{G}}_t(M) + m \Omega_t^2 \vec{HM} = \vec{0}$ .

Nous appelons poids de  $M$  la force  $\vec{P}(M)$  qui s'oppose à la tension  $\vec{T}$  du fil à l'équilibre :  $\vec{P}(M) = m \vec{\mathcal{G}}_t(M) + m \Omega_t^2 \vec{HM} = m \vec{g}(M)$ , où  $\vec{g}(M)$  est par définition le champ de pesanteur en  $M$ .

**Définition : Poids d'un corps et champ de pesanteur**

Le poids  $\vec{P}(M)$  d'un point matériel  $M$  de masse  $m$  est la somme de la force de gravitation terrestre  $m\vec{\mathcal{G}}_t(M)$  et de la force d'inertie d'entraînement  $m\Omega_t^2\vec{HM}$ . Le champ de pesanteur  $\vec{g}(M)$  est défini en  $M$  par  $\vec{P}(M) = m\vec{g}(M)$ .



Même en supposant la Terre parfaitement sphérique et homogène, la verticale d'un lieu ne passe pas en toute rigueur par le centre  $T$  de la Terre à cause de la force d'inertie d'entraînement, sauf aux pôles et à l'équateur.

L'effet de la force d'inertie d'entraînement est maximal à l'équateur : comparons alors les termes de gravitation et d'inertie pour un point situé au voisinage de la surface terrestre.  $R_t = 6,4 \cdot 10^3$  km étant le rayon de la Terre,  $\frac{R_t^2\Omega_t^2}{GM_t/R_t} \simeq 3 \cdot 10^{-3}$  : le terme d'inertie représente au maximum 0,3 % du terme de gravitation. En supposant la Terre parfaitement sphérique, la norme de  $g$  varie ainsi de  $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  aux pôles à  $9,78 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  à l'équateur.



L'aplatissement de la Terre et la répartition inhomogène de sa masse sont d'autres causes importantes de la variation du champ de pesanteur avec la latitude.

Estimons maintenant l'angle  $\alpha$  entre la verticale en  $M$  situé à la latitude  $\lambda$  et la direction  $TM$  (voir figure 1.20). Nous pouvons écrire :

$$\frac{\Omega_t^2 HM}{\sin(\alpha)} = \frac{g(M)}{\sin(\lambda)}. \text{ Comme } g(M) \simeq \mathcal{G}_t(M), \sin(\alpha) = \frac{\Omega_t^2 R_t \cos(\lambda) \sin(\lambda)}{g(M)} \simeq \frac{\Omega_t^2 R_t^3 \cos(\lambda) \sin(\lambda)}{GM_t}.$$

À Rennes, située à la latitude  $\lambda = 48^\circ$  :  $\alpha \simeq 2 \cdot 10^{-3}$  rad. Cet angle est extrêmement faible : la verticale du lieu passe quasiment par le centre de la Terre.



La force d'inertie d'entraînement liée au mouvement de rotation du référentiel terrestre par rapport au référentiel géocentrique est prise en compte dans la définition du poids d'un objet. Le caractère non galiléen du référentiel terrestre repose donc sur l'importance de la force de Coriolis.

Dans la première expérience du pendule monté sur un chariot accéléré, évaluons la norme maximale de l'accélération de Coriolis au point  $M$ , liée à la rotation de la Terre, en supposant que la vitesse  $M$  atteigne une valeur de l'ordre de  $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  :

$\|\vec{a}_{ic}(M)\| = \|2\vec{\Omega}_t \wedge \vec{v}_{M/\mathcal{R}_t}\| \simeq 2\Omega_t v_{M/\mathcal{R}_t} \simeq 4 \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \ll g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Il apparaît que la force de Coriolis est ici trop faible pour jouer un rôle significatif dans l'interprétation théorique de l'expérience : le référentiel terrestre peut dans ce cas être considéré comme galiléen.

La force de Coriolis joue en revanche un rôle important dans l'étude de phénomènes impliquant de grandes échelles de temps ou d'espace tels que les courants marins ou les déplacements des masses d'air atmosphérique. Le référentiel terrestre ne peut plus dans ce cas être considéré comme galiléen.