

**CONCOURS
PROFESSEUR
DES ÉCOLES
2022**

Mathématiques

Écrit / admissibilité

J.-F. Bergeaut
C. Billy
M. Cailhol
M. Couderette
P. Danos
R. Delbreil Deblaize
C. Fruchon
M.-H. Lallement Dupouy
I. Laureçot Sorgius
N. Ros
M. Vaultrin Pereira

DUNOD

Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier Cathy Babel, Éliane Berthon, Valentina Celi, Monique Combeaud, Hervé Depecker, Marie-Paule Fournier, Valérie Frède, Danièle Gérard, Éric Laguerre, Georges Madar et Jean-Luc Mordwa pour leurs contributions et leurs précieux conseils.


Les auteurs expriment toute leur reconnaissance à Jeanine Duverneuil et Rose Palanque ainsi qu'aux collègues formateurs de l'IUFM de Midi-Pyrénées, puis de l'ÉSPÉ Toulouse Midi-Pyrénées et de la nouvelle INSPÉ Toulouse Occitanie-Pyrénées, sans qui ce travail n'aurait pas eu de fondement.

Les auteurs remercient les personnes de leur entourage qui les ont soutenus dans la réalisation de ce projet.

Les éditeurs ont entrepris les démarches usuelles afin de contacter les détenteurs des droits et obtenir les autorisations de reproduction des extraits de textes et des images sous droits d'auteur utilisés dans ce livre. Si, malgré nos efforts, un contenu a échappé à notre vigilance, nous invitons ses ayants droit à entrer en contact avec nous.

Concept de couverture : Domino
Concept de maquette intérieure : Domino
Concept graphique des rabats : Mélissa Jallier-Lundgren

Mise en page : Belle Page

<p>Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.</p> <p>Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements</p>	<p>d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.</p> <p>Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).</p>
	

© Dunod, 2021

11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com

ISBN 978-2-10-082961-3

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2^o et 3^o a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

Présentation du CRPE et de l'épreuve de mathématiques 1

Conseils méthodologiques 10

Partie 1 Les problèmes

1 Les problèmes en mathématiques 26

Objectif concours : Problèmes variés 27

Partie 2 Nombres et calculs

2 Systèmes de numération 48

1. Généralités 48

2. Désignation des nombres entiers naturels 49

Je fais le point 57

3 Les ensembles de nombres 63

1. Ensembles de nombres et écritures des nombres 63

2. Ensemble \mathbb{R} , intervalles 65

3. Ensemble \mathbb{Q} 68

4. Ensemble \mathbb{D} 72

5. Valeur approchée, arrondi, troncature 75

6. Écriture scientifique 79

Je fais le point 80

Objectif concours : Thème Nombres et numérations 85

4 Arithmétique 98

1. Division euclidienne, division 98

2. Multiples et diviseurs 101

3. Nombres premiers 106

4. Recherche des diviseurs d'un nombre entier 107

5. Diviseurs communs, plus grand commun diviseur 109

6. Plus petit commun multiple 111

Je fais le point 112

Objectif concours : Thème Arithmétique 119

5 Opérations, calculs avec des fractions, puissances, radicaux	131
1. Propriétés des opérations	131
2. Calculs avec des fractions	135
3. Puissances	138
4. Radicaux	140
Je fais le point	143
6 Problèmes numériques (équations, inéquations...)	153
1. Modélisations	153
2. Résoudre une équation	156
3. Résoudre un système d'équations	160
4. Résoudre une inéquation	165
Je fais le point	170
Objectif concours : Thème Calculs	180

Partie 3 Géométrie

7 Angles, cercles et disques	198
1. Rappels sur les notations de géométrie	198
2. Définitions et propriétés caractéristiques utilisant les distances	198
3. Angles	200
4. Cercles et disques	203
Je fais le point	206
8 Polygones	212
1. Polygones	212
2. Triangles	214
3. Quadrilatères particuliers	218
Je fais le point	221
9 Outils en géométrie : théorèmes de Pythagore et de Thalès, trigonométrie	227
1. Introduction	227
2. Théorème de Pythagore	227
3. Théorème de Thalès	231
4. Trigonométrie	235
Je fais le point	238
10 Constructions	243
1. Constructions de droites particulières	244
2. Opérations sur les longueurs	246

3. Construction d'un triangle isométrique à un autre	248
4. Constructions d'angles	248
5. Constructions de polygones réguliers	249
Je fais le point	251
11 Transformations du plan, triangles isométriques triangles semblables	258
1. Rappels théoriques sur les transformations	258
2. Symétrie axiale	259
3. Symétrie centrale	262
4. Rotation	264
5. Translation	266
6. Homothétie	269
7. Triangles isométriques, triangles semblables	272
Je fais le point	275
Objectif concours : Thème Géométrie plane	283
12 Solides de l'espace	297
1. Généralités	297
2. Classification des solides	297
3. Représentations des solides	298
4. Descriptions de polyèdres	303
5. Cylindres et prismes	308
6. Cônes et pyramides	310
7. Boules et sphères	314
Je fais le point	318
Objectif concours : Thème Géométrie dans l'espace	330

Partie 4 Grandeurs et mesures

13 Grandeurs et mesures	346
1. Introduction à la notion de grandeur	346
2. Plusieurs types de grandeurs	347
3. Comparer deux objets du point de vue d'une grandeur	348
4. Mesurer	349
Je fais le point	352
14 Grandeurs : exemples	358
1. Longueurs	358
2. Aires	361
3. Volumes, contenances	368

4. Durées et instants	370
5. Masses	371
6. Grandeurs-quotients	372
7. Agrandissement-réduction et grandeurs	373
Je fais le point	374

Objectif concours : Thème Grandeurs	382
--	------------

Partie 5 Organisation et gestion de données

15 L'outil tableur	396
1. Qu'est-ce qu'un tableur ?	396
2. Les formules	397
3. Copier une formule	398
4. Divers types de graphiques	401
Je fais le point	405

16 Algorithmique	410
1. Introduction	410
2. Algorithmique et programmation	411
3. Exemples	413
4. Types de questions en algorithmique et programmation	418
Je fais le point	424

17 Fonctions, proportionnalité	429
1. Fonctions	429
2. Proportionnalité	435
3. Pourcentages	442
Je fais le point	452

Objectif concours : Thème Fonctions, proportionnalité	463
--	------------

18 Statistiques	472
1. Le vocabulaire des statistiques	472
2. Les indicateurs de dispersion et de position	473
3. Propriétés de la moyenne et techniques de calcul	479
4. Représentations graphiques	481
5. Cas des séries statistiques regroupées en classes	482
Je fais le point	484

Objectif concours : Thème Statistiques	488
---	------------

19 Probabilités	494
1. Vocabulaire	494
2. Approche « classique » de la probabilité	495
3. Approche « fréquentiste » de la probabilité	498
4. Utilisation d'un arbre	498
Je fais le point	501
Objectif concours : Thème Dénombrements, probabilités	507

Partie 6 Sujets

Sujet zéro nouveau concours 2022	514
Sujet de type concours	532
Index	547

Ressources numériques. Comment y accéder ?

Pour aller plus loin et mettre toutes les chances de votre côté pour réussir le concours, des compléments de cours et des exercices supplémentaires sont disponibles pour chaque chapitre sur le site www.dunod.com.

Connectez-vous à la page de l'ouvrage (grâce aux menus déroulants, ou en saisissant le titre, l'auteur ou l'ISBN dans le champ de recherche de la page d'accueil). Sur la page de l'ouvrage, cliquez sur le logo « Les + en ligne ».



Le CRPE

1 La formation des enseignants du premier degré

1.1 La formation initiale

a. Les Instituts nationaux supérieurs du professorat et de l'éducation (Inspé)

Depuis la rentrée 2019, les concours se préparent dans le cadre des Instituts nationaux supérieurs du professorat et de l'éducation (Inspé). Leur mission est d'assurer la formation initiale de tous les enseignants et personnels d'éducation, de la maternelle à l'enseignement supérieur.

b. Le master Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation (MEEF)

Les Inspé organisent des formations de master MEEF à vocation professionnelle. Ces formations comportent des périodes de stages en établissement(s) et différents modules d'enseignements : des apports didactiques liés à des apports disciplinaires et institutionnels, une initiation à la recherche, une ouverture sur l'international, un volet apprentissage *par et au* numérique, des outils et méthodes pédagogiques innovants.

c. Une formation entièrement renouvelée depuis 2013

Le futur enseignant doit acquérir un haut niveau de qualification et un corpus de savoirs et de compétences indispensables à l'exercice du métier. La qualité de la formation s'appuie sur :

- un cadre national de la formation à destination des universités ;
- un cahier des charges de l'accréditation ;
- un référentiel national de compétences pour les enseignants ;
- des concours, en fin de cursus de master MEEF, spécialement dédiés aux métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation¹.

1. Pour en savoir plus sur la formation en Inspé, consulter les pages du site ministériel :
<https://www.devenirenseignant.gouv.fr/pid33962/les-inspe-pour-former-les-futurs-enseignants.html>.
<https://www.devenirenseignant.gouv.fr/cid98901/de-licence-master-meef.html>.

1.2 Le recrutement

Pour être recruté par l'Éducation nationale et exercer la profession de professeur des écoles, il faut être admis au concours de recrutement des professeurs des écoles (CRPE). Pour s'inscrire au CRPE, il faut au minimum être inscrit en master 2 et l'obtenir en fin d'année ou être titulaire d'un Master.

1.3 La titularisation

La titularisation dans le corps enseignant se fait à l'issue d'une année de stage en responsabilité après le Master et l'obtention du concours. Elle ne peut intervenir qu'à la condition suivante : le stagiaire a obtenu un avis pédagogique favorable de l'employeur, représenté par le corps d'inspection et/ou les tuteurs qui ont effectué son suivi.

2 Le concours de recrutement

Le cadrage des épreuves et les modalités d'organisation du concours sont définis dans l'arrêté du 25 janvier 2021. Chaque épreuve est notée de 0 à 20. Toute note globale égale ou inférieure à 5 sur 20 est éliminatoire.

2.1 Les épreuves

Épreuve	Notation	Coefficient	Durée
ADMISSIBILITÉ : ÉPREUVES ÉCRITES			
Épreuve écrite disciplinaire de français À partir d'un texte (400 à 600 mots) : <ul style="list-style-type: none"> • étude de la langue ; • lexicque et compréhension lexicale ; • réponse argumentée à une question portant sur le texte. 	20 points	1	3 heures
Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques Au moins trois exercices indépendants.	20 points	1	3 heures
Épreuve écrite d'application Choix d'un dossier parmi les domaines suivants : <ul style="list-style-type: none"> • Arts ; • Histoire-géographie-enseignement moral et civique ; • Sciences et technologie. Chaque dossier comprend deux sujets distincts. Le jour de l'épreuve, le candidat choisit son domaine, après avoir consulté les sujets.	20 points (pour les Arts, chaque partie du dossier est notée sur 10)	1	3 heures

Épreuve	Notation	Coefficient	Durée
ADMISSION : ÉPREUVES ORALES			
Épreuve de leçon : français et mathématiques À partir d'un dossier : conception et animation d'une séance d'enseignement à l'école primaire dans chacune des matières. Partie 1 : Exposé suivi d'un entretien sur le français Partie 2 : Exposé suivi d'un entretien sur les mathématiques	20 points	4	1 heure (+ 2 heures de préparation) 30 minutes 30 minutes
Épreuve d'entretien Partie 1 : Éducation physique et sportive Exposé suivi d'un entretien sur une (ou des) situation(s) d'apprentissage. Partie 2 : Motivation et aptitude à se projeter dans le métier au sein du service public d'éducation 1. Présentation du parcours et des expériences du candidat suivi d'un échange. 2. Deux mises en situation professionnelle liées à l'enseignement et à la vie scolaire.	20 points (10 points) (10 points)	2	1 heure 05 30 minutes (30 minutes de préparation) 35 minutes (5 min + 10 min) (20 min)

Les candidats inscrits au CRPE doivent passer **trois épreuves écrites d'admissibilité**, puis, en cas de succès, **deux épreuves orales d'admission** auxquelles ils peuvent ajouter une épreuve orale facultative de langue vivante étrangère¹.

2.2 Pré-requis

Deux attestations doivent être fournies au plus tard à la date de publication des résultats d'admissibilité :

- une attestation certifiant d'un parcours d'au moins 50 m en natation ;
- une attestation de qualification en secourisme (au moins égale au PSC1).

3 L'épreuve écrite de mathématiques

3.1 Présentation de l'épreuve

Durée : trois heures.

L'épreuve vise à évaluer la maîtrise des savoirs disciplinaires nécessaires à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et la capacité à prendre du recul par rapport aux différentes notions. Dans le traitement de chacune des questions, le candidat est amené à s'engager dans un raisonnement, à le conduire et à l'exposer de manière claire et rigoureuse.

L'épreuve est constituée d'un ensemble d'au moins trois exercices indépendants, permettant de vérifier les connaissances du candidat. L'épreuve est notée sur 20. Une note globale égale ou inférieure à 5 est éliminatoire.

1. Pour laquelle seuls les points supérieurs à la moyenne seront pris en compte.

Un programme pour chaque épreuve écrite est disponible sur le site [devenirenseignant.gouv](http://devenirenseignant.gouv.fr) :

« Le programme de l'épreuve est constitué : du programme en vigueur de mathématiques du cycle 4 et de la partie "Nombres et calculs" du programme de mathématiques de seconde générale et technologique (BOEN spécial n° 1 du 22 janvier 2019). Les notions traitées dans ces programmes doivent pouvoir être abordées avec le recul nécessaire à l'enseignement des mathématiques aux cycles 1, 2 et 3. »

Il y a quatre groupements académiques ; la date du concours étant la même, il faut choisir au moment de l'inscription le groupement indépendamment de l'INSPÉ où l'on prépare éventuellement, mais cela engage en cas de réussite pour l'affectation de stage l'année suivante ; souvent il y a un concours supplémentaire pour les académies de Créteil-Versailles à une autre date (en général deux à trois semaines après) ; cela permet de passer le concours dans deux académies différentes.

Il est recommandé d'avoir travaillé le sujet zéro paru en avril 2021 (présent dans cet ouvrage). Même si le concours change en 2021, on pourra travailler avec profit les parties 1 et 2 des concours antérieurs, certains seront mis en complément en ligne de cet ouvrage.

Exemple

Exemple de première page d'un sujet (sujet zéro paru en avril 2021)

Le jury tiendra compte dans la notation de l'épreuve de la maîtrise de la langue française du candidat (vocabulaire, grammaire, conjugaison, ponctuation, orthographe).

Une note globale égale ou inférieure à 5 est éliminatoire.

Ce sujet contient n pages, numérotées de 1 à n . Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de la calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.

L'usage de tout autre matériel électronique, de tout ouvrage de référence et de tout document est rigoureusement interdit.

3.2 L'utilisation de la calculatrice pendant l'épreuve

Le site devenirenseignant.gouv.fr indique en juillet 2021¹ :

« Pour les concours enseignants, la réglementation sera modifiée à partir de la session 2022 afin de s'aligner sur la note de service n°2015-056 du 13 mars 2015. Les candidats devront alors disposer d'une calculatrice avec mode examen qui sera activé le jour des épreuves ou d'une calculatrice non programmable sans mémoire alphanumérique². »

Le candidat n'utilise qu'une seule machine sur la table. Toutefois, si celle-ci vient à connaître une défaillance, il peut la remplacer par une autre. Afin de prévenir les risques de fraude, sont interdits les échanges de machines entre les candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices. Le candidat doit faire figurer sur la calculatrice : son nom, prénom et numéro d'inscription.

1. Nous recommandons de vérifier avant l'écrit du concours la mise à jour éventuelle de cette réglementation.

2. Les mémoires de type STO ou M+ ne posent pas de problème.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

N.B. : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif¹, tel que nom, signature, origine etc. Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.



Attention, quant à l'usage de la calculatrice, on peut éventuellement trouver dans l'en-tête du sujet : « L'usage de la calculatrice est interdit. »

3.3 Rapports de jury

Même si l'épreuve du concours change en 2022, il est conseillé de lire les rapports de jury du CRPE de quelques académies, sur deux ou trois années (disponibles sur les sites académiques : mettre sur un moteur de recherche « rapport jury CRPE académie de... année » ; quelle que soit l'année (récente) les conseils méthodologiques restent pertinents.

Voici à titre d'exemple quelques extraits toujours d'actualité de rapports de jury du CRPE. Dans le chapitre « Conseils méthodologiques », d'autres extraits sont donnés au fur et à mesure.

Rapport de jury de Toulouse (2018) « *On note que les parties [...] sollicitaient des connaissances et des qualités de raisonnement conséquentes permettant au candidat de prendre des initiatives et de construire une démarche.* »

Rapport de jury de Toulouse (2020) « *Le jury ne le dira jamais assez : concision, explicitation, rigueur dans la présentation, justesse orthographique, syntaxique, et bonne utilisation des notations mathématiques sont indispensables. Il est important qu'un candidat, futur professeur des écoles, prenne du temps pour se relire et se corriger.* »

Rapport de jury de Toulouse (2020) « *L'entraînement à l'utilisation de Scratch est perceptible pour cette session 2020.*

Il faut également absolument avoir un esprit critique sur les résultats trouvés : jusqu'à 8230 € par an de dépense d'énergie pour faire chauffer le thé et cela n'étonne pas les candidats. [...] Il faut citer les théorèmes utilisés. [...] Il est important de faire des efforts dans la rédaction des démonstrations utilisant notamment les théorèmes de Thalès et Pythagore. [...] Éviter de faire une liste de calculs sans expliciter à quoi ils correspondent. [...] Enfin, des conversions et calculs de durées révèlent une méconnaissance en mathématiques peu recevable pour un futur professeur des écoles. »

Remarques sur le raisonnement

Rapport de jury de Créteil (2019) : « *Si les candidats ont généralement su appliquer des formules ou réaliser des tâches simples, ils ont éprouvé bien davantage de difficultés lorsque les questions conduisaient à une activité mathématique plus élaborée.*

1. Nous recommandons d'utiliser des couleurs d'encre « usuelles », comme le bleu sombre et le noir et éventuellement du vert et rouge pour certaines figures.

Ainsi, si les candidats ont souvent su mettre en équation un problème, ils ont plus rarement été capables de **résoudre** ladite **équation**, et ensuite d'en **interpréter le résultat** dans son contexte. De la même manière, si la lecture de l'évolution d'une courbe est généralement réalisée avec succès, l'interprétation des résultats de cette lecture pose souvent problème. Plus généralement, on note des fragilités pour les domaines plus abstraits, qu'il s'agisse de la **maîtrise du calcul littéral (développement, factorisation)** ou de la conduite d'un raisonnement rigoureux pour apporter une **preuve en géométrie**. »

Rapport de jury Strasbourg (2019) : « Les erreurs relèvent d'une méconnaissance des concepts, méconnaissances des théorèmes et de savoirs faire fragiles. Exemples : un nombre entier n'est pas un nombre décimal, impossibilité de calculer des pourcentages, ou de représenter à l'échelle. »



Le candidat sera vigilant aux nombreux points cités ci-dessous qui sont la source de la plupart des faiblesses repérées dans les copies.

Conseils d'ordre général à partir de ceux donnés par des rapports de jury

- Faire une lecture attentive des énoncés ;
- Proposer une argumentation concise ;
- Faire preuve d'esprit de synthèse ;
- Rechercher la clarté de l'expression écrite ;
- S'imposer une grande rigueur dans l'argumentation ;
- Rechercher la précision de l'expression ;
- Proposer des démonstrations suffisamment argumentées pour être convaincantes ;
- Faire preuve de bon sens ;
- Faire preuve de rigueur scientifique ;
- Ne pas recopier inutilement les consignes ;
- Éviter les contradictions flagrantes.

Conseils disciplinaires à partir de ceux donnés par des rapports de jury

- Avoir de bonnes connaissances en logique ;
- Bien utiliser divers raisonnements (contre-exemple, disjonction de cas, par l'absurde...) ;
- Maîtriser les fonctions de base du tableur ;
- Bien utiliser le raisonnement déductif ;
- Justifier tous les calculs ;
- Faire des schémas ;
- Connaître les formules de volume ;
- Maîtriser les conversions d'unités ;
- Maîtriser les ordres de grandeur ;
- Étudier les fondamentaux de géométrie.

... SYNTHÈSE D'UN RAPPORT DU JURY ...

« La correction prend en compte les calculs, les résultats mais donne un poids très important à la qualité du raisonnement et à la pertinence de la démarche, c'est-à-dire à la valeur scientifique. Les attentes générales, en termes scientifiques, sont des connaissances de base mathématiques basées sur le niveau "Troisième" mais avec une réelle clairvoyance et une certaine hauteur de vue. On attend une capacité du candidat à analyser les situations et à mettre en œuvre un raisonnement simple et cohérent, à défaut d'une démonstration théorique. L'enseignement des mathématiques à l'école primaire est un enjeu important dans le cursus scolaire. La qualité de l'enseignement des mathématiques conditionne la réussite des élèves bien au-delà de la discipline mathématique. L'exigence importante dans l'analyse des copies est à la hauteur de cette ambition. »

4 Programmes de l'école primaire

4.1 Où trouver les programmes ?

Depuis la rentrée 2016, le cycle 2 comprend les classes de CP, CE1, CE2 (le CE2 passe ainsi du cycle 3 au cycle 2), le cycle 3 comprend les classes de CM1, CM2, 6^e (la 6^e est englobée dans le cycle 3).

Depuis la rentrée 2016, le nouveau socle¹, désormais intitulé « socle commun de connaissances, de compétences et de culture » est entré en vigueur.

Les programmes de l'école maternelle et élémentaire sont publiés² dans le Bulletin Officiel de l'Éducation Nationale (abréviation BO ou BOEN). Les programmes sont ceux en vigueur à la rentrée de l'année scolaire du concours.

Les programmes de cycle 1, 2 et 3 sont parus au BO n°31 du 30 juillet 2020.

Des repères annuels de progression par niveau scolaire avec des attendus de fin d'année sont parus au BO n° 22 du 29 mai 2019.

Différents documents, dits « ressources d'accompagnement » ou « documents d'accompagnement » pour le professeur sont aussi disponibles sur le portail national des professionnels de l'éducation « éducol »³.

On consultera ce site régulièrement : de nouveaux documents y sont mis en ligne.

4.2 Quelle est la structure des programmes ?

a. Le programme de maternelle

Après une explicitation des objectifs de l'école maternelle, le programme explicite les modalités d'apprentissage dans le paragraphe 2 :

« 2.1. Apprendre en jouant

2.2. Apprendre en réfléchissant et en résolvant des problèmes

1. Décret n°2015-372 du 31 mars 2015 ; BOEN n°17 du 23/04/2015.

2. Publication en ligne : [www.education.gouv.fr], rubrique Bulletin Officiel.

3. [eduscol.education.fr/pid34138/ressources-d-accompagnement-cycles-2-3-et-4.html].

2.3. Apprendre en s'exerçant

2.4. Apprendre en se remémorant et en mémorisant. »

Il donne ensuite les cinq domaines d'apprentissage, avec pour chacun des domaines (ou des thèmes des domaines) les objectifs visés et éléments de progressivité, ainsi que les attendus en fin de maternelle. Ce qui relève des mathématiques est présent dans différents domaines, puisqu'en mathématiques, on va mobiliser le langage, l'écrit, construire des outils pour structurer sa pensée, se repérer dans le temps et l'espace. Des compétences de type mathématique seront aussi travaillées lors d'activités artistiques et physiques (trier les gommettes bleues nécessaires à la confection d'un masque, constituer des groupes en salle de motricité, etc.).

Les domaines et thèmes des domaines sont :

1. Mobiliser le langage dans toutes ses dimensions
2. Agir, s'exprimer, comprendre à travers l'activité physique
3. Agir, s'exprimer, comprendre à travers les activités artistiques
4. Construire les premiers outils pour structurer sa pensée
 - 4.1. Découvrir les nombres et leurs utilisations
 - 4.2. Explorer des formes, des grandeurs, des suites organisées
5. Explorer le monde
 - 5.1. Se repérer dans le temps et l'espace
 - 5.2. Explorer le monde du vivant, des objets et de la matière.

b. Le programme de l'école élémentaire

Après une introduction sur les mathématiques, sur l'apprentissage par résolution de problèmes, les compétences propres aux mathématiques sont déclinées suivant les verbes d'action « **chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer et communiquer** ».

Pour chacun des trois thèmes, « *Nombres et calculs* », « *Grandeurs et mesures* » et « *Espace et géométrie* », après une brève présentation générale et l'explicitation des attendus de fin de cycle, les éléments du programme sont détaillés dans un tableau.

On trouve aussi à la fin de chaque programme des pistes de croisements entre enseignements.

Les attendus du socle commun de connaissances, de compétences et de culture

On retrouve principalement les mathématiques dans les domaines 1 et 4 du socle.

Domaine 1 : les langages pour penser et communiquer :

« *Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques.* »

Domaine 4 : les systèmes naturels et les systèmes techniques :

« *L'élève comprend que les mathématiques permettent de développer une représentation scientifique des phénomènes, qu'elles offrent des outils de modélisation, qu'elles se nourrissent des questions posées par les autres domaines de connaissance et les nourrissent en retour. [...] La maîtrise des acquis du socle commun doit se concevoir dans le cadre*

du parcours scolaire de l'élève et en référence aux attendus et objectifs de formation présentés par les programmes de chaque cycle. La vérification de cette maîtrise progressive est faite tout au long du parcours scolaire et en particulier à la fin de chaque cycle. » ou « Art. D. 122-3. - Les acquis des élèves dans chacun des domaines de formation sont évalués au cours de la scolarité sur la base des connaissances et compétences attendues à la fin des cycles 2, 3 et 4, telles qu'elles sont fixées par les programmes d'enseignement. »

Conseils méthodologiques

Cours et méthodes

1. Préparer l'épreuve	10
2. Gérer l'épreuve	11
3. Répondre aux questions mathématiques de l'épreuve	12
4. Analyser des productions d'élèves et des erreurs-types	23
5. Avertissements	25

1 Préparer l'épreuve

Comme le précisent les textes officiels, les connaissances mathématiques à maîtriser sont globalement de niveau du collège, et pour la partie « Nombres et calcul » du niveau Seconde¹. Il s'agit donc pour tout candidat de consolider, approfondir voire redécouvrir les notions et techniques relatives aux domaines mathématiques de l'école et du collège auxquelles il faudra ajouter les savoirs relatifs aux bases et systèmes de numération sans oublier l'apprentissage éventuel d'outils informatiques (tableur, logiciel de programmation comme Scratch, logiciel de géométrie dynamique comme Geogebra, etc.).

Le rapport de jury Orléans-Tours 2019 pointe : « *Plus généralement, il ne faut pas limiter la préparation au niveau de compétences exigées en fin de collège. Les capacités de modélisation, prise d'initiative, synthèse sur des questions enchaînées sont aussi souvent sollicitées dans les sujets de concours. La maîtrise des notions de base de logique mathématique est également indispensable.* ».

Un entraînement régulier en travaillant notamment des exercices proposés en collège (sujets du brevet des collèges appelé DNB par exemple), en explorant les ressources proposées sur les sites institutionnels (comme par exemple la banque de problèmes relative au Socle commun sur eduscol ou les cours de l'académie en ligne niveau collège [www.academie-en-ligne.fr] ou le site de l'ARPEME [www.arpeme.fr]) s'avère en cela nécessaire.

Travailler un sujet d'annales, un exercice signifie chercher à le résoudre en y passant du temps, sans avoir recours dès la première difficulté à son corrigé. La lecture d'un corrigé peut s'avérer dans un premier temps rassurante, mais si le temps de recherche du problème et d'appropriation des contraintes de l'énoncé n'a pas été suffisant, les techniques et connaissances présentées dans le corrigé seront très vite oubliées et face à une situation identique le candidat sera à nouveau démuné.

1. Cependant, une connaissance de niveau supérieur peut être utilisée, sa maîtrise n'étant pas indispensable à la résolution de l'exercice. De bonnes compétences en calcul mental permettent, bien sûr, de perdre moins de temps dans les calculs mais aussi de percevoir rapidement des procédures de résolution efficaces pour de nombreux problèmes.

Aussi, on ne saurait trop recommander, dans la mesure du possible :

- de **coopérer** entre personnes préparant le concours ; en effet la constitution d'équipes de travail aussi hétérogènes soient-elles peut être bénéfique à tous car elle permet à ceux qui maîtrisent mieux les différents concepts de s'exercer à la démonstration et de tester leurs connaissances en les exposant dans des formes accessibles à ceux qui ont plus de lacunes ; ces derniers, pour leur part, trouveront une nouvelle occasion de s'approprier les connaissances en jeu ;
- de s'exercer en **calcul mental** ; de nombreux sites de calcul mental peuvent vous aider à reconstruire des automatismes oubliés ;
- de sélectionner le **matériel** nécessaire : crayons à papier, gomme, règle graduée, équerre, compas, rapporteur (par exemple pour tracer des angles dans un diagramme circulaire), ciseaux, etc. ;
- de s'entraîner à la manipulation de sa propre **calculatrice** (celle qui sera utilisée lors de l'épreuve). Une calculatrice de niveau collège est suffisante¹. Avec cette calculatrice, il convient d'être capable de : savoir calculer une expression avec des puissances ; savoir calculer le quotient et le reste d'une division euclidienne ; savoir simplifier une fraction ; savoir enchaîner plusieurs calculs en utilisant les touches mémoires ou les parenthèses... ; savoir afficher le nombre en écriture scientifique. Certaines calculatrices permettent aussi de calculer une moyenne, une médiane, etc.

2 Gérer l'épreuve

La posture que vous allez adopter face à la résolution des exercices est essentielle pour votre réussite et, tout d'abord, il vous faut gérer le temps de l'épreuve.

L'épreuve dure trois heures et comporte plusieurs exercices (au moins trois d'après l'arrêté du concours) de longueur inégale ; le sujet zéro en comporte cinq, l'un étant un exercice guidé en trois parties : il ne faudrait pas passer trop de temps sur une question sans évaluer le nombre de points qu'elle peut rapporter ; on peut décider par exemple d'abandonner une question où l'on bloque plus de 10 minutes.

De manière à bien gérer votre temps pendant l'épreuve il est conseillé de :

- percevoir la globalité du sujet ou d'un exercice avant de commencer à rédiger :
 - parcourir rapidement l'ensemble du sujet de mathématiques afin de repérer les exercices ou les questions qui paraissent facilement solubles car vous les avez déjà vus sous cette forme ou sous une autre et qui pourront alors être traités en premier ;
 - lire toutes les questions d'un même exercice avant de commencer à le résoudre, certaines réponses pouvant figurer dans les questions ultérieures.
- appliquer vos méthodes personnelles de lecture active comme par exemple :
 - identifier les points importants du sujet (en les surlignant ou soulignant...) ;
 - repérer les contraintes dans les questions de l'énoncé (unités, format de réponse...) en les surlignant par exemple. Il est à noter que la forme sous laquelle la réponse est attendue peut être formulée tout à la fin des questions posées.

1. Une calculatrice d'un niveau lycée ou supérieur risque fort de ne pas satisfaire aux contraintes imposées (voir ci-dessus).

3 Répondre aux questions mathématiques de l'épreuve

3.1 Généralités

a. Raisonnement

Les erreurs à éviter

En général au CRPE,

- constater n'est pas démontrer ;
- mesurer n'est pas démontrer ;
- expérimenter sur des exemples n'est pas démontrer (sauf à explorer tous les cas possibles – comme dans certains exercices d'arithmétique notamment – ou dans le cas du contre-exemple).

À ce propos on peut lire dans plusieurs rapports de jury :

- Rapport de jury Créteil 2019 : « *Le raisonnement, c'est-à-dire l'aptitude à produire une preuve logiquement recevable, notamment dans le domaine de la géométrie, est une activité essentielle en mathématique qui ne peut être confondue avec le fait de décrire une figure* ».
- Rapport de jury Limoges 2014 : « *Une conjecture s'émet à partir d'exemples ; mais sa preuve ne se fait pas à partir de plusieurs exemples, mais par une démonstration* ».
- Rapport de jury Toulouse 2017 : « *Un contre-exemple permet de vérifier qu'une assertion est fausse, puisqu'elle est au moins une fois fausse, mais la présentation d'un exemple ne permet pas de vérifier qu'elle est vraie* ».

Les techniques à adopter

- Utilisez un **contre-exemple** pour démontrer qu'une proposition universelle du type « pour tout b dans l'ensemble E , on a C » est fausse (on trouve un b dans E pour lequel C est fausse).

Ex. : Si l'on veut montrer que la proposition : « Tout nombre premier est impair » est fausse, il suffit de trouver un nombre premier qui soit pair, le nombre 2 est premier et pair : on dit que le nombre 2 est un contre-exemple à l'affirmation proposée. Si l'on veut montrer que la proposition : « Tout losange a exactement deux axes de symétrie » est fausse, il suffit d'indiquer qu'un carré est un losange particulier et qu'il a quatre axes de symétrie : un carré est un contre-exemple à l'affirmation proposée.

- Pour démontrer qu'une affirmation est vraie : structurez avec des chaînons déductifs (en géométrie, arithmétique...) en utilisant à propos les connecteurs : « si », « alors », « donc », « or », « puisque », « car »...

Ex. : Je sais que...

Selon le théorème... : Si... alors...

Donc...

L'expression française « si P alors Q » (où P et Q sont des propositions) correspond d'un point de vue logique à « P implique Q ».

Pour montrer que « P implique Q », on peut partir de P et avec des implications successives arriver à Q . Si on ne voit pas les implications successives, on peut au

brouillon essayer de travailler par « chaînage arrière », c'est-à-dire partir de la fin, à savoir la proposition Q et essayer de voir ce qui implique Q. Par exemple si on doit montrer que des nombres sont égaux, on peut se remémorer les techniques permettant de montrer que des nombres sont égaux (voir ci-après).

Le rapport de jury d'Orléans-Tours 2019 mentionne : « Une démonstration mathématique n'est pas un enchaînement de phrases sans lien mais une démarche déductive aux étapes clairement justifiées ».

Dans certains cas, on pourra utiliser le raisonnement par équivalence, soit en deux phases « si P alors Q » et « si Q alors P », soit en utilisant des équivalents, par exemple dans la résolution d'équations, inéquations. Il est nécessaire cependant d'être très prudent dans l'utilisation des équivalents.

- Définissez de façon précise toutes les variables et inconnues nécessaires ; utiliser si besoin du calcul littéral (avec des lettres).

Ex. : On n'écrira pas : « c : chevaux » mais « On appelle c le nombre de chevaux ».

- Pour démontrer l'égalité $A = B$, plusieurs techniques sont possibles :
 - partir de A (respectivement de B), transformer son écriture plusieurs fois jusqu'à obtenir B (respectivement A) : $A = \dots = \dots = B$, (respectivement $B = \dots = \dots = A$) ;
 - montrer que A et B sont égaux à un même nombre C : $A = \dots = \dots = C$ et $B = \dots = \dots = C$;
 - montrer que leur différence est nulle : $A - B = 0$;
 - montrer que leur quotient est égal à 1 : $A : B = 1$ (en sachant que B est non nul) ;
 - quand A et B sont des nombres de même signe, montrer qu'ils ont même carré : $A^2 = B^2$. L'égalité $A^2 = B^2$ et A et B ont le même signe implique que $A = B$.
- On peut utiliser un **raisonnement par contraposée** pour montrer que « P implique Q ». Au lieu de montrer que « P implique Q », on montre que « non Q implique non P », où « non P » est la négation de P ; par exemple, si P est l'assertion « le triangle est rectangle », « non P » est l'assertion « le triangle n'est pas rectangle ».

Exemple de raisonnement par contraposée

Thème : grandeurs

D'autres raisonnements sont possibles pour cet exercice, on présente ici uniquement celui utilisant un raisonnement par contraposée, à partir d'une production d'élève de collègue, en explicitant la rédaction pour faire apparaître le raisonnement.

Énoncé :

« Sur la route des vacances, Audrey a roulé pendant 1 h 30 sur route nationale à une vitesse moyenne de 70 km/h. Le reste du trajet, effectué sur autoroute à vitesse supposée constante, lui a pris 45 min. À la fin du trajet, l'ordinateur de bord indique que la vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours était de 100 km/h. Audrey a-t-elle respecté la limite de vitesse sur autoroute, qui était de 130 km/h ? »

Solution : La distance parcourue sur la route nationale est égale à $70 \text{ km/h} \times 1,5 \text{ h}$, c'est-à-dire 105 km. La distance parcourue sur autoroute, si on roule à la vitesse maximum de 130 km/h pendant 45 min, c'est-à-dire $\frac{3}{4} \text{ h}$ est égale à : $130 \text{ km/h} \times \frac{3}{4} \text{ h} = 97,5 \text{ km}$. Si

Audrey roule à une vitesse inférieure ou égale à 130 km/h, alors la distance totale parcourue sera inférieure ou égale à la somme de la distance parcourue sur route nationale et sur autoroute lorsqu'on roule à 130 km/h, c'est-à-dire inférieure ou égale à 202,5 km



Exemple (suite)

(105 km + 97,5 km = 202,5 km). La vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours sera alors inférieure ou égale à $\frac{202,5 \text{ km}}{2,25 \text{ h}}$, qui est égal à 90 km/h. Or la vitesse moyenne d'Audrey

est égale à 100 km/h. La réponse à la question est donc le non-respect de la vitesse sur autoroute. Analysons le raisonnement mis en œuvre :

on a montré que : Si Audrey roule à une vitesse inférieure ou égale à 130 km/h (nommons « P » la proposition « Audrey roule à une vitesse inférieure ou égale à 130 km/h »), alors la vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours sera inférieure ou égale à 90 km/h (nommons « Q » la proposition « la vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours sera inférieure à 90 km/h »). On en déduit en utilisant la contraposée de « P implique Q » que : Si « non Q », c'est-à-dire « la vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours est strictement supérieure à 90 km/h », alors « non P », c'est-à-dire « Audrey roule sur l'autoroute à une vitesse strictement supérieure à 130 km/h ».

Remarque : on peut aussi employer la notation $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ pour km/h.

- Dans certains cas (assez rares), vous pouvez utiliser le **raisonnement par l'absurde** : on suppose la négation de ce que l'on veut démontrer et en utilisant des chaînons déductifs, c'est-à-dire on aboutit à une « absurdité ». Plus précisément, pour montrer que la proposition P est vraie, un raisonnement par l'absurde consiste à supposer que c'est sa « négation » qui est vraie, négation notée « non P ». On montre ensuite que la proposition « non P » implique une autre proposition R.

On fait apparaître que l'on ne peut pas avoir « non P » et R vraies simultanément (d'où le mot « absurde ») ; on conclut que « non P » est fausse et donc que P est vraie.

Exemple de raisonnement par l'absurde

Dans le domaine numérique montrer que le nombre $\sqrt{2}$ n'est pas un rationnel.

On suppose que $\sqrt{2}$ est un rationnel, on peut l'écrire avec la fraction irréductible $\frac{p}{q}$, c'est-à-dire avec p et q sans diviseur commun autre que le nombre 1. En l'élevant au carré, on a $\frac{p^2}{q^2} = 2$, d'où $p^2 = 2 \times q^2$; on en déduit que p^2 est pair, d'où p est pair et s'écrit $2k$; en remplaçant dans l'égalité $p^2 = 2q^2$, on a : $4 \times k^2 = 2 \times q^2$; on en déduit en divisant par 2 :

$2 \times k^2 = q^2$, ce qui signifie que q^2 est pair, d'où q est pair ; p et q ont donc 2 comme diviseur commun, ce qui est en contradiction avec « p et q sans diviseur commun autre que le nombre 1 ». La proposition « $\sqrt{2}$ est un rationnel » est donc fausse.



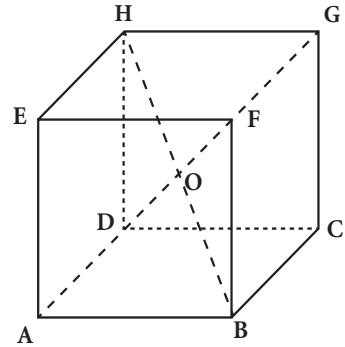
Exemple (suite)

Dans le domaine géométrique

Énoncé :

« Dans un cube ABCDEFGH, la face du "bas" est ABCD (EFGH a la même disposition que ABCD), montrer que le centre O du cube n'appartient pas au plan (ACH) nommé P ((AC) est une diagonale de la face du bas et H le sommet "au-dessus" de D). »

Solution : on suppose que le point O appartient au plan P, alors la droite (HO) est incluse dans le plan P puisque le point H appartient au plan P ; la droite (HO) contient le point B, donc le point B appartient au plan P, ce plan (ACH) est donc le même que le plan (ABC) (ce sont bien des plans car A, B, C ne sont pas alignés, respectivement A, C, H), c'est-à-dire que la face du bas contient le point H qui est un sommet de la face du haut. Or on sait que le point H n'appartient pas à ce plan, par conséquent l'hypothèse de départ est fautive. Ce raisonnement par l'absurde prouve que le point O n'appartient pas au plan (ACH).



b. Pendant la recherche

- Dans tout exercice, il y a toujours des questions plus simples que d'autres et ce ne sont pas nécessairement les premières : il vous faut les repérer car elles constituent des points facilement accessibles ; ne limitez cependant pas votre travail à résoudre ce type de questions.
- En l'absence de piste ou de technique disponible d'emblée, revenez aux définitions des notions mathématiques présentes dans l'énoncé et au sens lié au contexte de la situation.
- Plusieurs méthodes sont parfois possibles, si vous en voyez plusieurs, optez pour celle qui vous semble la plus convaincante ou que vous arrivez facilement à rédiger et servez-vous de l'autre méthode comme moyen de vérification.

Ex. : Pour montrer que des droites sont perpendiculaires, on peut montrer qu'elles sont chacune parallèles à des droites perpendiculaires, ou utiliser la réciproque du théorème de Pythagore.

c. Pour la rédaction

Il est mentionné dans le sujet zéro paru en avril 2021 sur le site devenirenseignant.gouv.fr : « Le jury tiendra compte dans la notation de l'épreuve de la maîtrise de la langue française du candidat (vocabulaire, grammaire, conjugaison, ponctuation, orthographe) ».

Le rapport de jury Amiens 2019 donne comme conseil : « porter une attention particulière à la clarté de l'écrit : qualité de l'écriture, ratures à éviter, [...] veiller à la correction orthographique ; rédiger de façon claire, articulée et synthétique ».

- La résolution d'un exercice ne se fait pas complètement au brouillon (pour des questions de durée de l'épreuve) et vous allez devoir mener en parallèle la recherche sur le brouillon et la rédaction de votre réponse sur votre copie.

- Pour faciliter la lecture et la recherche d'information dans votre copie, il est important d'aérer votre copie et de structurer vos écrits en utilisant des paragraphes distincts :
 - n'hésitez pas à utiliser plusieurs feuilles (les figures sur des feuilles séparées) ;
 - lorsque vous n'arrivez pas à répondre à une question, laissez un espace suffisamment important ; vous pourrez y revenir éventuellement par la suite ; il est important de bien indiquer le numéro des questions traitées afin que le correcteur se repère sans peine ;
 - mettez en valeur vos conclusions (soulignées ou encadrées).
- Faites attention à la présentation : à l'orthographe, à la rédaction.
- Donnez le (ou un) bon argument et uniquement celui-ci. Ce n'est pas au lecteur/correcteur de trier parmi une liste d'arguments celui qui convient le mieux à l'explication. On lit dans le rapport de jury Toulouse 2019 : « [Le jury] *recommande d'éviter les explications trop longues* ».
- Attention aux erreurs de rédaction mathématique : soyez rigoureux dans l'utilisation des symboles $=$ ou \approx , (AB) , $[AB]$ ou AB . Le rapport de jury Grenoble 2019 indique : « *La connaissance et le respect des notations mathématiques sont essentiels : des confusions entre un segment et sa longueur, entre le numérateur et le dénominateur d'une fraction, [...] ne sont pas acceptables* ».
- N'utilisez pas les symboles mathématiques (par exemple ou , $//$ etc.) comme abréviations dans un texte en langage courant.

d. Après la rédaction

Après avoir résolu une question, avant de passer à la question suivante, il est important de relire la question et de vérifier que la réponse proposée correspond bien aux attentes sur la forme (valeur exacte ou arrondie ou écriture scientifique...), qu'elle est complète et surtout que vous avez bien répondu à la question telle qu'elle est posée. Le rapport de jury Orléans-Tours 2019 indique : « *La résolution d'une question doit systématiquement se terminer par un résultat et une phrase de conclusion. La concision est souvent préférable à un discours long et peu structuré qui laisse à penser au correcteur que le candidat masque ses insuffisances en mathématiques avec une rédaction trop prolixe* ».

3.2 Vrai-faux

Certains sujets de concours peuvent comporter un exercice de ce type qui nécessite de disposer de méthodes de résolution mettant en œuvre un raisonnement mathématique dont l'élaboration est à la charge du candidat (pas de questions intermédiaires).

C'est en testant sur quelques exemples que l'on peut conjecturer¹ la valeur de vérité d'une proposition universelle du type « tout nombre... » ou « pour tout quadrilatère... ».

Pour montrer que cette proposition est fausse, il suffit de produire un contre-exemple, c'est-à-dire d'exhiber un cas pour lequel cette proposition est fausse.

1. Une conjecture est une proposition anticipée qui attend sa vérification, soit d'un raisonnement (souvent en mathématiques), soit de l'expérience (souvent en sciences expérimentales).

En revanche pour montrer qu'elle est vraie, il faut travailler dans le cas général ; utiliser une lettre représentant un nombre quelconque facilite la démonstration de ce cas général.

Attention à la formulation des affirmations : bien distinguer les formulations « pour tout », « il existe ».

Ex. : « Pour tout rectangle, les diagonales sont perpendiculaires » est une affirmation fausse tandis que « Il existe des rectangles dont les diagonales sont perpendiculaires » est une affirmation vraie (ce sont les carrés).

Attention aux négations éventuelles qui peuvent inverser vrai et faux.

Dans tous les cas, n'oubliez pas d'écrire explicitement sur la copie si l'affirmation est vraie ou fausse.

3.3 Questions à choix multiples

Il s'agit de faire la différence dans les QCM entre les énoncés vrais, et les énoncés qui sont faux ou vrais dans un domaine plus restreint que celui de l'énoncé (gare aux cas particuliers pour lesquels l'énoncé est faux).

Ex. : « Tout nombre premier est impair. » est une affirmation fausse même si tous les nombres premiers sauf « 2 » sont impairs.

Les QCM exigent une lecture très attentive des énoncés.

- Vous pouvez procéder par élimination en écartant les propositions qui sont clairement fausses ;
- Attention, selon la formulation de l'énoncé, votre choix doit porter sur la réponse juste ou sur la réponse fausse ;
- Relisez complètement la question pour chacun des choix de réponse proposée ;
- Comme dans les Vrai/Faux, soyez attentifs aux négations ; si des expressions comme « aucun », « ne... pas », « jamais », « non » etc. sont présentes dans l'énoncé, cela en inverse le sens (on peut aussi parfois rencontrer des doubles-négations) ;
- Soyez attentif aux mots tels que « tous », « chacun », « chaque », « aucun », « toujours », « seulement », « parfois », « rarement », « jamais » etc. qui restreignent, généralisent ou inversent le sens de l'énoncé et donc changent les réponses attendues.

Ex. : « Tous les nombres pairs non nuls ne sont pas premiers » est une proposition fausse.

« Chaque nombre pair non nul n'est pas premier » est fausse.

« Aucun nombre pair non nul est un nombre premier » est fausse.

« Il existe des nombres pairs non nuls qui sont des nombres premiers » est vraie.

« Les losanges ont toujours leurs diagonales de même longueur » est fausse.

« Les losanges n'ont jamais leurs diagonales de même longueur » est fausse.

« Les losanges ont parfois leurs diagonales de même longueur » est vraie.

- Attention aux conjonctions de coordination « et », « ou », « ni ». Quand l'énoncé contient « et », si une partie de l'énoncé est faux, tout l'énoncé est faux même si les autres parties sont vraies.

Ex. : « 80 est multiple de 10 et de 4 et de 6 » est fausse car 80 n'est pas multiple de 6.

« 80 est multiple de 4 ou de 6 » est vraie car l'une des deux affirmations est vraie. Remarque 1 : le « ou » du langage courant est souvent exclusif, par exemple au restaurant c'est fromage ou dessert mais pas les deux ! Le « ou » mathématique est inclusif, par exemple « un carré est un losange ou un rectangle » est vraie.

Remarque 2 : l'affirmation, « 8 est un nombre inférieur ou égal à 10 » est vraie même si 8 n'est jamais égal à 10 !

3.4 Selon les thèmes

a. Pour la numération

Les rapports de jury mentionnent l'importance de compétences en numération.

Rapport de jury Toulouse 2018 : « *Le troisième exercice met en jeu la compréhension de la numération de position, essentielle pour un professeur des écoles.* »

- Passez par la décomposition canonique des nombres lorsque les contraintes portent sur des chiffres, c'est-à-dire écrivez le nombre donné sous forme d'une somme de puissances de la base :

Ex. : Le nombre \overline{cdu} en base dix se décompose en $10^2c + 10d + u$, soit $100c + 10d + u$.

- Pour certains exercices, en organisant bien son travail, il est parfois possible de passer en revue tous les cas à traiter (raisonnement par disjonction de cas) ou d'arriver à réduire le nombre de cas à examiner.

Ex. : Pour dénombrer le nombre de nombres à au plus trois chiffres que l'on peut réaliser avec les chiffres 1, 2 et 3, en utilisant une fois au plus chacun de ces chiffres, il est possible de rechercher les nombres à un chiffre puis les nombres à deux chiffres puis les nombres à trois chiffres possibles.

- Certaines descriptions en langage courant appellent des traductions littérales.

Ex. : « Trois entiers consécutifs » se traduit formellement par : $n - 1, n, n + 1$ ou bien $n, n + 1, n + 2$ (où n est un entier)... il n'est cependant pas toujours évident de choisir laquelle des écritures est la plus adaptée au problème.

Un entier pair s'écrit $2p$ (où p est un entier naturel) ; un entier impair s'écrit $2p + 1$ (où p est un entier naturel) ;

Un nombre dont le reste dans la division par 7 est 2 s'écrit $7n + 2$ (où n est un entier naturel) ;

La différence des carrés de deux entiers pairs consécutifs s'écrit $(2p)^2 - (2p - 2)^2$ ou $(2p + 2)^2 - (2p)^2$ (où p est un entier naturel).

b. Pour les calculs

- Aérez les calculs.
- Alignez les signes opératoires, les barres de fractions principales et les signes de comparaison ($<, \leq, =, \geq, >, \approx$).

Ex. : Un alignement mal placé peut être source d'erreur :

$$\frac{10}{\frac{5}{2}} \neq \frac{10}{5}, \text{ soit } 1 \neq 4$$

- Ne coupez pas, si possible, une expression sur deux lignes. Si besoin, nommez l'expression par une lettre et alignez les signes d'égalité.

Ex. : $A = \dots$
 $\quad = \dots$

- N'oubliez pas que, sans autre mention, c'est toujours la valeur exacte qui est attendue. La valeur approchée peut aider à se représenter le nombre trouvé mais elle ne peut pas remplacer la valeur exacte ; en particulier, pour les calculs intermédiaires, on reprendra les valeurs exactes trouvées dans les calculs précédents et non les valeurs approchées ; en effet les écarts à la valeur exacte peuvent se « cumuler » (ou « se compenser ») au fur et à mesure des calculs successifs. Attention, en général, la calculatrice ne fournit que des valeurs approchées des résultats.

Le rapport de jury Strasbourg 2017 note parmi les erreurs les plus fréquentes : « *Confusion entre valeur exacte et valeur approchée.* ».

- Pensez à l'homogénéité d'une expression.

Ex. : Si f désigne une fonction, l'écriture : « $f = 2x + 3$ » ne peut être correcte : pas de x dans le membre de gauche qui désigne une fonction, alors que le membre de droite représente un nombre. L'expression correcte est : $f(x) = 2x + 3$.

c. Pour la gestion des données

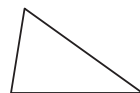
- S'il est demandé de construire la représentation graphique d'une fonction affine dans le plan muni d'un repère, précisez d'abord qu'il s'agit d'une droite et indiquez aussi les coordonnées des points que vous choisissez pour effectuer ce tracé (deux points suffisent !).
- Indiquez clairement les unités, les échelles et les légendes dans un graphique.
- Marquez en couleur les points importants des graphiques, par exemple les points lus pour répondre à une question. Attention : utilisez des couleurs de base comme vert, rouge ou bleu, en excluant des couleurs pouvant être reconnues comme marque distinctive.
- N'hésitez pas à tracer des droites en pointillé pour permettre la lecture des coordonnées de points.
- Si vous utilisez un tableau de proportionnalité comme représentation d'une situation de proportionnalité, mentionnez par des phrases la technique utilisée, ne vous contentez pas de mettre des flèches sur le tableau.
- Justifiez les calculs (mentionné par le rapport de jury d'Orleans-Tours 2019).

d. Pour la géométrie plane

- Faites les figures complexes – qu'elles soient demandées ou non – sur une feuille séparée de manière à avoir toujours la figure en vue lors de la rédaction. Dans ce cas, il vaut mieux indiquer au correcteur que cette figure existe (en indiquant « voir figure sur la feuille n° »).
- Pour des questions de géométrie du type « cette figure admet deux axes de symétrie », vous pouvez refaire la figure et faire des essais éventuellement à main levée au brouillon.

- Commencez toujours par traduire l'énoncé grâce à une figure réalisée à main levée (pas trop petite !) sur le brouillon ; veillez à ne pas faire une figure ayant des propriétés particulières.

Ex. : Lorsque l'énoncé mentionne un triangle quelconque, tracez un triangle comme ci-contre qui ne soit pas « presque » isocèle ou « presque » rectangle. Sinon, la figure risquerait d'induire un raisonnement erroné.



- Pour les constructions détaillées dans l'énoncé, faites les figures avec les instruments de géométrie, en les codant (on peut utilement coder le parallélisme avec des couleurs de base) ; mentionnez les points par des croix (intersections de lignes) ; vous pouvez aussi nommer les différents éléments : points, droite, cercle.
- En géométrie une figure doit être un support aidant : lorsqu'elle devient trop complexe, il est important de focaliser sur la partie relative à la question traitée (on peut pour cela repasser les éléments importants en couleur ou même extraire au brouillon ou sur la copie une figure plus simple).

- Pour rechercher les étapes d'une construction, analysez la figure finie (faites-la éventuellement « à l'envers ») et recherchez en son sein des configurations connues, des propriétés et enfin les étapes de la construction. Si vous ne trouvez pas de configuration à l'intérieur de la figure, n'hésitez pas à compléter la figure pour les faire apparaître (en rajoutant des segments, des diagonales, des milieux...).

- Pour les programmes de construction : utilisez un paragraphe numéroté pour chaque étape de la construction en utilisant le langage de la géométrie.

Ex. : À la place de « tracer le cercle en pointant le compas en A », écrire « tracer le cercle de centre A » ...

- Si l'on demande de conjecturer une propriété à partir de la figure, construisez la figure de façon précise avec les instruments et n'hésitez pas à refaire une deuxième figure pour tester si la conjecture dépend de la figure tracée initialement.
- Vérifiez systématiquement (et explicitement sur la copie) les conditions d'application des théorèmes utilisés.

Ex. : ▶ Triangle **rectangle** pour le théorème de **Pythagore** ;

▶ Triangle **rectangle** pour les lignes **trigonométriques** ;

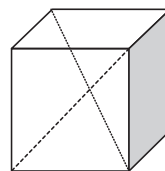
▶ Alignements et **parallélisme** pour le théorème de **Thalès**.

Le rapport Grenoble 2019 indique : « *Un minimum de rigueur est attendu de la part d'un futur professeur : il est, par exemple, indispensable de justifier qu'un triangle est rectangle avant d'utiliser le théorème de Pythagore ou les lignes trigonométriques* ».

e. Pour la géométrie dans l'espace

- Ne pas hésiter à découper et plier pour fabriquer grossièrement le solide.
- Si besoin, tracer au brouillon plusieurs vues du solide.
- Ne pas se laisser influencer par les relations entre les représentations des objets vus sur une perspective cavalière.

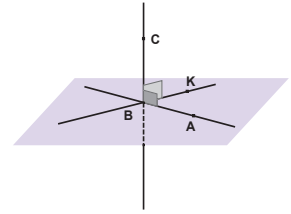
Ex. : Deux droites apparemment sécantes sur une perspective ne le sont pas forcément dans la réalité comme par exemple la diagonale du cube et la diagonale de sa face avant sur la représentation ci-contre.



Remarque : à l'instar de la représentation ci-contre, une représentation en perspective cavalière ne comporte pas nécessairement les arêtes cachées.

- Ne pas oublier que certaines questions d'un exercice relatif à la géométrie dans l'espace se ramènent à des questions de géométrie plane, mais il faut absolument mentionner le plan dans lequel on se place et vérifier que les objets étudiés appartiennent tous à ce plan.
- Faites attention aux nombreux théorèmes vrais en géométrie plane mais pas en géométrie dans l'espace. Par exemple dans le plan, si deux droites sont perpendiculaires à un même troisième, elles sont parallèles entre elles. C'est faux dans l'espace.

Ex. : Sur la figure ci-contre (BK) et (BA) sont perpendiculaires à (CB) mais, elles ne sont pas parallèles entre elles puisqu'elles ont un point commun B.



f. Pour les grandeurs

- Ne pas confondre grandeur et mesure.

Ex. : 2 m est la longueur d'une baguette, 2 est la mesure de la longueur de cette même baguette si l'on choisit le mètre comme unité de longueur.

- Pour le calcul d'une aire ou d'un volume, préciser d'abord la formule utilisée, la contextualiser ensuite avec les données de l'énoncé, puis enfin passer à l'application numérique.
- Pour le calcul d'une durée à partir de la donnée de l'instant initial et de l'instant final, le recours à une droite numérique pour représenter ces instants peut être un outil pertinent pour ce calcul d'écart.

- Pour les durées, interpréter correctement la partie décimale de leurs mesures. Une bonne connaissance des changements d'unité de durée est attendue. Une confusion du type « 4 minutes 16 secondes = 4,16 minutes » est à éviter.

Ex. : 2,4 h représente 2 h + 0,4 h, soit 2 h + 0,4 × (60 min), soit 2 h + 24 min que l'on écrit 2 h 24 min.

- Les unités doivent être mentionnées en accord avec les exigences de l'énoncé.
- Dans une égalité, les unités doivent se retrouver des deux côtés du signe d'égalité (homogénéité).

Ex. : On peut écrire 2 cm + 3 cm = 5 cm mais pas 2 + 3 = 5 cm.

- Pour les calculs complexes, on peut faire les calculs numériques sans unité puis rédiger une phrase de conclusion en utilisant l'unité adaptée.

Ex. : L'aire est égale à 125 cm²; le volume est égal à 18 mm³.

3.5 Des confusions et des erreurs classiques à éviter

a. Confusions

- Ne pas confondre multiple et diviseur ;

Ex. : 0 est un multiple de 3 mais 0 n'est pas un diviseur de 3.

$0 = 0 \times 3$ et 0 ne divise aucun nombre non nul.

Les deux formulations suivantes sont correctes : « 0 est un multiple de 3 » et « 3 est un diviseur de 0 ».

- Ne pas confondre nombres premiers et nombres premiers entre eux ;
Ex. : 21 et 8 ne sont pas des nombres premiers mais 21 et 8 sont premiers entre eux. En effet 21 admet d'autres diviseurs que 1 et lui-même, par exemple 3 ; de la même manière 8 admet d'autres diviseurs que 1 et lui-même par exemple 2 ; en revanche 21 et 8 n'admettent qu'un seul diviseur commun, il s'agit de 1.
- Ne pas confondre nombre et écriture du nombre, ne pas confondre écriture décimale et partie décimale d'un nombre ;
Ex. : $\frac{4}{3}$ est un nombre admettant plusieurs écritures fractionnaires :
 $\frac{4}{3}, \frac{8}{6}, \frac{40}{30}$.
- Ne pas confondre arrondi, troncature et ordre de grandeur ;
- Ne pas confondre grandeur et mesure ;
Ex. : La formulation « la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° » est une formulation incorrecte, une formulation correcte est : « la somme des angles d'un triangle est égale à 180° ».
- Ne pas utiliser dans la preuve la conclusion à démontrer ou des propriétés non encore démontrées.
Ex. : Évocation de l'hypoténuse d'un triangle avant de démontrer que celui-ci est rectangle ou écriture de l'égalité relative aux carrés des longueurs avant de savoir si l'égalité est vraie ou fautive (une erreur que l'on trouve dans l'utilisation de la réciproque du théorème de Pythagore - idem pour la réciproque du théorème de Thalès).

b. Conseils

- Vérifier la présence d'unités pour votre réponse ;
- Utiliser les unités dans les calculs pour détecter les erreurs, ou pour déterminer l'unité de la réponse ;
Ex. : Lors du calcul de l'aire d'un disque de rayon 5 cm, si vous confondez les formules d'aire et périmètre, en écrivant les unités dans les calculs vous pouvez détecter votre erreur de confusion de formule : si vous écrivez $A = 2\pi R = 2\pi \times 5$ cm vous pouvez vous rendre compte que le résultat est une longueur et non une aire.
- Vérifier la conformité du format de réponse demandé (fraction non irréductible, valeur exacte ou valeur approchée...);
- Être rigoureux dans l'utilisation du vocabulaire ou des conventions ;
Ex. : Ne pas utiliser le vocabulaire « nombre à virgule » à la place de « nombre décimal ». AB // CD, milieu d'une droite, d'un axe, milieu ou diagonale d'un cercle... au lieu de, respectivement, (AB) // (CD), milieu d'un segment, centre et diamètre d'un cercle qui sont les formulations correctes ;
- Ne pas utiliser un théorème sans le citer.