



**PROGRAMME  
2021**

Marie-Virginie Speller  
Erwan Guélou

PARCOURS PRÉPAS

**2021-2022**

**100 FICHES POUR  
BIEN DÉMARRER  
EN PRÉPA**

**MPSI, MP2I, PCSI, PTSI, BCPST 1  
MATHS-PHYSIQUE-CHIMIE**

**EDISCIENCE**

## Mise en page : Lumina Datamatics

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1<sup>er</sup> juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du

Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Ediscience, 2021

11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff

[www.dunod.com](http://www.dunod.com)

ISBN 978-2-10-082419-9

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

# Des vidéos pour vous aider à réussir en prépa

Pour réussir vos concours, vous devrez mettre en œuvre des compétences disciplinaires (*hard skills*), mais aussi des *soft skills*, ces compétences transversales qui vous permettront de tenir le bon rythme. La collection *Parcours Prépas* vous offre six vidéos pour vous aider à réussir dès la première année et faire la différence le jour J par la maîtrise de votre énergie (physique, émotionnelle, mentale), par l'entretien de votre motivation et par vos méthodes de travail.

*Tout d'abord deux vidéos méthodologiques d'Alexis Brès. Professeur agrégé de sciences physiques et agrégé-préparateur, il intervient dans le concours d'entrée à l'ENS et rédige des sujets d'écrits pour d'autres écoles d'ingénieurs.*



<http://dunod.link/jvy7mqd>

## **Vidéo 1 : Apprendre à apprendre comment mobiliser efficacement son cours ?**

Comment apprendre un cours ? Comment savoir si on l'a vraiment compris ? Comment le mobiliser dans les TD et dans les épreuves ? Comment développer des « compétences analogiques » pour se forger une intuition de la solution et gagner un temps précieux ? Autant de questions-réponses abordées dans cette vidéo. Une méthodologie particulièrement adaptée à l'apprentissage des cours de physique, de mathématiques ou de sciences industrielles.



<http://dunod.link/z0psk69>

## **Vidéo 2 : Écrit, oral : aborder sereinement la résolution d'un problème**

Si les exigences d'un sujet d'écrit et d'un oral peuvent sembler assez différentes, il existe des techniques communes pour aborder ces épreuves sans stress.

Cette vidéo fournit :

- des techniques pour apprivoiser sereinement la résolution d'un problème de physique : modalités de décryptage du sujet et de mobilisation du cours ;

- des recommandations sur le fond et la forme pour gagner la confiance des correcteurs ;
- des tactiques cohérentes pour gagner des points ;
- des points de vigilance concernant la préparation des khôlles et des oraux.

Ensuite quatre vidéos « soft skills » pour aborder la prépa comme le ferait un sportif de haut niveau. Ces vidéos ont été conçues par Stéphane Fassetta, fondateur de Syprium, coach professionnel, préparateur mental de sportifs de haut niveau, professeur d'aïkido, 4<sup>e</sup> dan.



<http://dunod.link/80x2gww>

### **Vidéo 3 : Les cinq piliers de l'énergie, ou comment réussir le marathon de la prépa ?**

La prépa, c'est un peu comme le sport de haut niveau : plus le temps passe, plus le niveau ou les contraintes augmentent. Maîtriser son énergie, c'est donc faire un usage optimum de ses ressources pour tenir le rythme des deux années, s'adapter à la diversité des situations et réussir ses épreuves. Cette vidéo présente les dimensions de notre énergie et les cinq piliers pour l'entretenir. La capacité à se ressourcer sur ces cinq piliers est une compétence à développer dès votre arrivée en prépa.



<http://dunod.link/sicy8u3>

### **Vidéo 4 : Gérer efficacement son temps en prépa**

En prépa, on manque toujours de temps. L'enjeu est donc de gérer efficacement cette ressource pour atteindre les objectifs de vos différentes échéances.

Cette vidéo fournit des repères pour :

- trouver sa propre organisation personnelle : techniques de planification, objectifs SMART, suivi de la progression dans les tâches ;
- développer sa capacité d'attention, essentielle à la compréhension, à la mémorisation, à la gestion de la charge mentale et à votre avancement ;
- connaître ses propres biorythmes pour un apprentissage efficient, en capitalisant sur les acquis de la chronobiologie.



<http://dunod.link/p5maym6>

### **Vidéo 5 : Gérer son stress et développer la confiance en soi pour les concours**

Comme dans le sport de haut niveau, la préparation d'un concours soumet votre énergie à rude épreuve. Si une certaine pression est stimulante pour doper ses performances, l'installation dans un stress chronique compromet à la fois votre santé et vos chances de réussite.

Cette vidéo permet :

- d'identifier les sources externes et internes de son propre stress ;
- de comprendre le rôle du stress comme mécanisme *naturel* d'adaptation de l'organisme face à une situation déstabilisante et/ou à fort enjeu ;
- d'apprendre à reconnaître certains symptômes physiques, émotionnels ou cognitifs du stress chronique pour prévenir l'épuisement ;
- de connaître les possibilités de régulation physique et mentale du stress pour agir ;
- d'entretenir passionnément sa motivation pour préserver durablement la confiance en soi, quelles que soient les contre-performances à l'entraînement.



<http://dunod.link/vncd3c5>

### **Vidéo 6 : Techniques respiratoires et de préparation mentale pour préparer les concours**

La capacité à se relaxer ou à récupérer quand il le faut est essentielle pour tenir le rythme de préparation d'un concours.

Grâce à cette vidéo :

- vous saurez mettre en œuvre différentes techniques respiratoires adaptées à la récupération et à la dynamisation physique ;
- vous disposerez de deux techniques de préparation mentale pour conserver un état d'esprit positif, limiter votre niveau de stress et améliorer vos capacités d'attention.



# Table des matières

[Introduction]	Bienvenue en Maths sup !	1
----------------	--------------------------	---

## Mathématiques

Fiche 1	Le point sur les équations	6
Fiche 2	Le point sur la résolution de systèmes	11
Fiche 3	Les polynômes du second degré	16
Fiche 4	Le point sur les inéquations et les tableaux de signes	22
Fiche 5	Les vecteurs	27
Fiche 6	Les barycentres	33
Fiche 7	Ensemble de définition et domaine d'étude d'une fonction	37
Fiche 8	Le point sur les limites	43
Fiche 9	La continuité et la dérivabilité d'une fonction en un point $x = a$	49
Fiche 10	Le tableau des dérivées	56
Fiche 11	Fonctions convexes et fonctions concaves	60
Fiche 12	Bijections	63
Fiche 13	Fonctions de référence	69
Fiche 14	Les fonctions valeur absolue et partie entière	82
Fiche 15	Les fonctions exponentielle et logarithme de base $a$	88
Fiche 16	Les fonctions trigonométriques	98
Fiche 17	Les fonctions trigonométriques réciproques (hors programme terminale)	109
Fiche 18	Les primitives	115
Fiche 19	Les intégrales	119
Fiche 20	Les équations différentielles des 1 <sup>er</sup> et 2 <sup>nd</sup> ordre	126
Fiche 21	Le comportement d'une suite	131
Fiche 22	Les suites arithmétiques et géométriques	136

## [Table des matières]

Fiche 23	Le raisonnement par récurrence . . . . .	140
Fiche 24	Les suites récurrentes. . . . .	146
Fiche 25	Les suites récurrentes d'ordre 2 . . . . .	152
Fiche 26	Introduction aux séries. . . . .	157
Fiche 27	Généralités sur les nombres complexes . . . . .	161
Fiche 28	Racines $n^{\text{ième}}$ de l'unité . . . . .	171
Fiche 29	Comment calculer la racine carrée d'un nombre complexe ? . . . . .	174
Fiche 30	Les nombres complexes et la géométrie . . . . .	180
Fiche 31	Les transformations géométriques . . . . .	187
Fiche 32	Les espaces vectoriels . . . . .	191
Fiche 33	Les matrices. . . . .	194
Fiche 34	Le dénombrement. . . . .	205
Fiche 35	Les probabilités sur un ensemble fini. . . . .	211
Fiche 36	Les principales lois discrètes. . . . .	217
Fiche 37	Lois discrètes quelconques*	
Fiche 38	Calculs impliquant les grands opérateurs*	
Fiche 39	Inégalités à connaître en probabilités*	
Fiche 40	Les principales lois continues . . . . .	225
Fiche 41	Calculs dans les cas discret et continu . . . . .	231
Fiche 42	Couples de variables aléatoires. . . . .	239
Fiche 43	Le point sur les notions en arithmétique . . . . .	242
Fiche 44	Introduction à l'algorithmique*	
Fiche 45	Introduction à la logique*	

## Physique

Fiche 46	Le point sur les conversions . . . . .	248
Fiche 47	Les notions d'erreur et d'incertitude. . . . .	254
Fiche 48	Le résultat expérimental. . . . .	261
Fiche 49	Les caractéristiques des ondes . . . . .	265
Fiche 50	Rappels d'optique . . . . .	273
Fiche 51	La diffraction . . . . .	279
Fiche 52	Interférence de deux ondes. . . . .	283
Fiche 53	L'effet Doppler . . . . .	286
Fiche 54	Le monde quantique – Introduction . . . . .	290



Fiche	<b>55</b>	Cinématique et lois de Newton – Description d'un mouvement. . . . .	296
Fiche	<b>56</b>	Les lois de Newton . . . . .	301
Fiche	<b>57</b>	Le mouvement des planètes . . . . .	312
Fiche	<b>58</b>	Travail et énergie. . . . .	318
Fiche	<b>59</b>	Mouvement dans un champ électrique uniforme . . . . .	328
Fiche	<b>60</b>	Bilan énergétique dans un champ électrique uniforme . . . . .	333
Fiche	<b>61</b>	La relativité restreinte et la dilatation des durées. . . . .	336
Fiche	<b>62</b>	Du microscopique au macroscopique . . . . .	341
Fiche	<b>63</b>	Énergie dans un système thermodynamique . . . . .	343
Fiche	<b>64</b>	Transferts thermiques et bilan énergétique . . . . .	347
Fiche	<b>65</b>	Température d'un système . . . . .	351
Fiche	<b>66</b>	Système Terre-atmosphère. . . . .	354
Fiche	<b>67</b>	Mes premiers pas en thermodynamique . . . . .	357
Fiche	<b>68</b>	La poussée d'Archimède . . . . .	361
Fiche	<b>69</b>	L'écoulement d'un fluide . . . . .	364
Fiche	<b>70</b>	Relation de Bernoulli . . . . .	368
Fiche	<b>71</b>	Les bases en électricité (Rappels de première) . . . . .	371
Fiche	<b>72</b>	Les circuits RC série . . . . .	379
Fiche	<b>73</b>	Dipôle RL série . . . . .	382
Fiche	<b>74</b>	Dipôle RLC série . . . . .	385
Fiche	<b>75</b>	Comment déchiffrer les informations d'un oscilloscope ? . . . . .	389

## Chimie

Fiche	<b>76</b>	L'atome. . . . .	394
Fiche	<b>77</b>	La configuration électronique . . . . .	401
Fiche	<b>78</b>	La classification périodique des éléments (CPE) . . . . .	408
Fiche	<b>79</b>	Quantité de matière et concentration*	
Fiche	<b>80</b>	Tableau d'avancement*	
Fiche	<b>81</b>	Quotient de réaction et constante de réaction*	
Fiche	<b>82</b>	Les réactions d'oxydoréduction . . . . .	416
Fiche	<b>83</b>	Les piles . . . . .	423
Fiche	<b>84</b>	Les électrolyseurs . . . . .	430
Fiche	<b>85</b>	Les réactions acido-basiques. . . . .	436

## [Table des matières]

Fiche	<b>86</b>	Le potentiel Hydrogène : pH . . . . .	441
Fiche	<b>87</b>	Titrages pH-métriques . . . . .	448
Fiche	<b>88</b>	Titrages colorimétriques . . . . .	454
Fiche	<b>89</b>	Titrages conductimétriques . . . . .	459
Fiche	<b>90</b>	Dosages spectrophotométriques . . . . .	463
Fiche	<b>91</b>	Chimie organique – famille carbonée . . . . .	467
Fiche	<b>92</b>	Chimie organique – famille oxygénée . . . . .	477
Fiche	<b>93</b>	Chimie organique – famille azotée . . . . .	486
Fiche	<b>94</b>	Chimie organique – famille soufrée*	
Fiche	<b>95</b>	Chimie organique – famille halogénée*	
Fiche	<b>96</b>	Chimie organique – Réactions chimiques . . . . .	492
Fiche	<b>97</b>	Chimie organique – Analyse des composés organiques et rendement . . . . .	500
Fiche	<b>98</b>	Vitesse de réaction et temps de demi-réaction . . . . .	511
Fiche	<b>99</b>	Cinétique chimique . . . . .	520
Fiche	<b>100</b>	La catalyse . . . . .	527

\*Vous trouverez sur le site [www.dunod.com](http://www.dunod.com), sur la page de l'ouvrage, les fiches qui complètent ce cours, celles-ci sont marquées d'une astérisque dans la table des matières. Retrouvez également des corrigés supplémentaires sur la page de l'ouvrage.

# Bienvenue en Maths sup !

## **Vous avez dit prépa ?**

### **1. Bienvenue en prépa !**

Tout d'abord **FÉLICITATIONS** à vous qui êtes admis en classe prépa ! Avant de consulter cet ouvrage nous vous invitons à lire ces quelques lignes en guise d'introduction car même si vous « restez » au lycée beaucoup de choses vont changer... Afin d'appréhender au mieux votre année, autant que vous sachiez précisément où vous mettez les pieds !

### **2. À qui s'adresse ce livre ?**

Cet ouvrage regroupe les notions essentielles à maîtriser parfaitement en mathématiques, physique et chimie pour intégrer une classe de mathématiques supérieures MP2I (Mathématiques, Physique, Informatique et Ingénierie), MPSI (Mathématiques Physique Sciences de l'Ingénieur), PCSI (Physique Chimie Sciences de l'Ingénieur), PTSI (Physique Technologie Sciences de l'Ingénieur) ou BCPST (Biologie Chimie Physique Sciences de la Terre).

### **3. Une nouvelle forme d'évaluation : vers le concours !**

- Vous aviez l'habitude d'être notés sur 20 aux différents contrôles en fonction des exercices correctement traités et selon un barème précis. En prépa, vous êtes notés en fonction des résultats des autres élèves de la classe. Cela signifie que vous pouvez obtenir une note de 20/20 en n'ayant pas réalisé la totalité du sujet : par exemple, si vous êtes le meilleur en ayant fait la moitié de l'énoncé, vous avez 20/20 !
- Sur votre copie figure donc désormais votre classement à côté de la note attribuée.

### **4. Quelles matières ?**

Les matières enseignées en classe de mathématiques supérieures sont (le volume horaire dépend de votre filière) :

- les mathématiques ;
- la physique ;
- la chimie ;
- les sciences de l'ingénieur (MPSI, PCST et PTST) ;
- les sciences de la vie et de la terre (BCPST) ;
- le français : trois œuvres autour d'un thème commun ;
- l'anglais : thèmes (traduction du français vers l'anglais) et versions (traduction de l'anglais vers le français) ;
- le sport : ce qui peut vous permettre de vous détendre et évacuer votre surplus de stress !

## 5. Quelle attitude adopter en prépa ?

### Travaillez régulièrement !

Avec la masse de nouvelles informations que vous allez devoir digérer au cours de la semaine, vous ne pouvez pas vous permettre de travailler par intermittence. Sinon vous serez vite perdu(e) et accumulerez trop de retard.

Prenez l'habitude de lire vos notes prises au cours de la journée tous les soirs en rentrant chez vous. Notez les différents points que vous ne saisissez pas bien et n'hésitez pas à aller voir vos professeurs pour leur poser des questions.

### Ne négligez pas les matières littéraires !

- D'abord parce qu'à niveau égal dans les matières scientifiques, c'est l'anglais et le français qui feront la différence aux concours.
- Il est également vivement conseillé aux futurs ingénieurs d'être bilingue français/anglais à leur arrivée sur le marché du travail.
- Mais aussi parce que le français ou l'anglais représentent un « bol d'air frais » dans la semaine qui est remplie de formules mathématiques et scientifiques en tout genre.

### Faites-vous des amis !

D'accord, vous êtes systématiquement classés à chaque devoir sur table, ce qui peut instaurer un certain « esprit concours » dans la classe. N'entrez surtout pas dans ce jeu : prêtez vos cours aux absents, expliquez ce que vous avez bien compris à ceux qui ont des difficultés, travaillez

avec vos camarades de classe, etc. Pourquoi ? Parce que vous avancez beaucoup plus rapidement en expliquant aux autres et en leur posant des questions plutôt qu'en révisant tout seul dans votre coin.

Ne faites pas que travailler avec les personnes de votre classe, sortez, allez au cinéma, allez au théâtre, allez voir des expositions, etc. Organisez-vous aussi des dîners de classe ! Le but est de partager autre chose que la vie scolaire. Et vous verrez, on peut se faire des amis en prépa ! Cela vous permettra aussi de supporter le rythme soutenu des cours.

### Rassurez-vous !

Il se peut que vous entendiez beaucoup de commentaires décourageants sur la prépa : « c'est horrible », « c'est très difficile », « tu ne vas que travailler », etc. De quoi vous miner le moral... Mais prenez les choses du bon côté :

- vous avez choisi cet enseignement et en plus vous avez eu la chance de voir votre candidature retenue. C'est tout de même une très bonne nouvelle !
- vous allez travailler sur des thèmes qui vous plaisent *a priori* ;
- la prépa est l'occasion de développer d'excellentes méthodes de travail ;
- vous ne perdez pas votre temps car en cas d'échec ou de changement d'orientation vous pouvez intégrer d'autres filières.

### La fin de l'année... premier bilan !

- Vous êtes admis en maths spé ! Bravo et bonne chance pour la 3/2 !
- Vous n'êtes pas admis à poursuivre dans votre lycée : tentez une maths spé dans d'autres établissements ou bien changez de filière. Demandez des conseils à vos professeurs : que pouvez-vous faire en fonction de vos résultats ? Cette filière vous plaît-elle ? Etc. Prenez rendez-vous avec une conseillère d'orientation si vous en éprouvez le besoin. Rendez-vous aux portes ouvertes des écoles d'ingénieur post-bac, des universités, etc.

Mais en aucun cas, cette non-admission en maths spé dans votre lycée ne constitue un échec. Vous avez acquis de très bonnes bases dans les matières scientifiques et disposez désormais d'excellentes méthodes de travail. Vous pourrez ainsi réussir brillamment vos études dans d'autres filières.

## Remerciements

Je tiens, tout d'abord, à remercier l'équipe d'édition pour son soutien, son écoute et sa confiance. Je remercie en particulier Maxine Pouzet et Jean-Luc Blanc avec qui il est très agréable de travailler.

Merci aussi à tous les élèves que j'ai pu accompagner au cours de leurs études en classes préparatoires scientifiques. Leurs doutes et leurs questionnements m'ont permis d'insister sur les points les plus délicats à leur arrivée en mathématiques supérieures.

En espérant que cet ouvrage vous aide du mieux possible, je vous souhaite une très bonne année scolaire.

Bon travail et excellente « prépa » à tous !

« Le succès ne vient qu'à ceux qui ne craignent pas l'effort »

Marie-Virginie SPELLER

# Mathématiques

# Le point sur les équations

## 1. Rappels de cours

### 1. Les équations généralités

Les équations se présentent sous la forme  $f(x) = b$  et les solutions s'obtiennent en effectuant le calcul  $x = f^{-1}(b)$  où  $f^{-1}$  est la fonction réciproque de  $f$  (avec  $f$  bijective).  $f$  peut être une fonction affine, une fonction logarithme, une exponentielle, une racine, etc.

#### Exemple

La fonction carrée  $f$  définie par  $f(x) = x^2$  ne réalise pas une bijection sur  $\mathbb{R}$  car elle n'est pas monotone sur  $\mathbb{R}$  (elle est décroissante sur  $]-\infty ; 0]$  et croissante sur  $[0 ; +\infty[$ ).

Vous ne pouvez donc pas utiliser la formule  $x = f^{-1}(b)$  avec cette fonction lorsque  $x \in \mathbb{R}$ .

### 2. Les équations avec expressions affines

- Equations du type  $ax = 0$  avec  $a$  réel :  
si  $a$  est un réel non nul, alors l'unique solution de cette équation est  $x = 0$ .  $S = \{0\}$ .  
Si  $a$  est nul, alors l'équation admet une infinité de solutions.  $S \in \mathbb{R}$ .
- Equations du type  $x + b = 0$  avec  $b$  réel ;  
l'unique solution de cette équation est  $x = -b$ .  $S = \{-b\}$ .
- Equations du type  $ax + b = 0$  :  
si  $a$  et  $b$  sont deux réels non nuls, alors cette équation a pour unique solution  $x = -\frac{b}{a}$ .  $S = \left\{-\frac{b}{a}\right\}$ .

### 3. Équations sous forme de facteurs

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs au moins est nul.  $A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0$  ou  $B = 0$ .

Parfois, et même souvent, l'équation ne se présente pas sous la forme d'un produit directement factorisé. C'est donc à vous de factoriser



l'expression afin d'obtenir un produit de facteurs et pouvoir ainsi résoudre l'équation.

#### 4. Équations sous forme de quotients

Un quotient est nul si et seulement si son numérateur est nul et son dénominateur non nul :

$$\frac{A}{B} = 0 \Leftrightarrow A = 0 \text{ et } B \neq 0$$

Parfois et même souvent, il arrive que l'équation ne se présente pas sous la forme d'un seul quotient. C'est donc à vous de réduire l'expression au même dénominateur afin d'obtenir un unique quotient et pouvoir ainsi résoudre l'équation.

#### [REMARQUE]

Lorsque vous obtenez une solution qui est une valeur interdite (qui annule le dénominateur), vous ne pouvez pas en tenir compte.

#### Exemple

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = 0 &\Leftrightarrow \frac{(x - 2)(x - 3)}{x - 2} = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ ou } x = 3 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3 \text{ et } S = \{3\} \end{aligned}$$

#### 5. Les équations non linéaires

$f$  est dans ce cas une fonction non affine. Il s'agit obligatoirement d'une fonction bijective (c'est-à-dire que chaque  $x$  admet une unique image  $y$  par  $f$  et chaque  $y$  un unique antécédent  $x$  par  $f$ ).

Équations	Solutions
$\frac{1}{x} = a, x \neq 0, a \neq 0$	$x = \frac{1}{a}, x \neq 0, a \neq 0$
$\ln(x) = a, x > 0$	$x = e^a$
$e^x = a, a > 0$	$x = \ln(a), a > 0$
$\sqrt{x} = a$	$x = a^2$

Équations	Solutions
$x^2 = a, a \geq 0$	$x = \pm\sqrt{a}, a \geq 0$
$x^3 = a$	$x = \sqrt[3]{a}$
$x^{2p} = a, a \geq 0$	$x = \pm \sqrt[2p]{a}, a \geq 0$
$x^{2p+1} = a$	$x = \sqrt[2p+1]{a}$
$ x  = a$	$x = a$ ou $x = -a$

**[REMARQUE]**

Un nombre entier pair  $n$  s'écrit  $n = 2p$  et un nombre entier impair  $n$  s'écrit  $n = 2p + 1$  où  $p$  est un entier naturel.

**[ATTENTION]**

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}, x \geq 0 \quad \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}} \quad \sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}, n \geq 1, \begin{cases} x \geq 0, n \text{ pair} \\ x \text{ réel}, n \text{ impair} \end{cases}$$

**2. Applications directes du cours**

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation suivante :

$$(x - 1)(2x + 3) = 0$$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation suivante :

$$\frac{x + 1}{x - 1} = \frac{-1}{2x - 3}$$

**Corrigés**

1.  $(x - 1)(2x + 3) = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0$  ou  $2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$  ou  $x = -\frac{3}{2}$

**[ATTENTION]**

Lorsqu'il s'agit de déterminer des valeurs interdites, il faut utiliser « et » et non « ou », par exemple :

$$(x - 1)(2x + 3) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1 \text{ et } x \neq -\frac{3}{2}$$

2. Tout d'abord vous mettez tous les termes du même côté :

$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{-1}{2x-3} \Leftrightarrow \frac{x+1}{x-1} + \frac{1}{2x-3} = 0$$

Puis vous réduisez au même dénominateur :

$$\Leftrightarrow \frac{(2x-3)(x+1)}{(x-1)(2x-3)} + \frac{1 \times (x-1)}{(x-1)(2x-3)} = 0$$

Ensuite vous développez, réduisez et ordonnez :

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2 + 2x - 3x - 3}{(x-1)(2x-3)} + \frac{x-1}{(x-1)(2x-3)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2 - x - 3}{(x-1)(2x-3)} + \frac{x-1}{(x-1)(2x-3)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2 - 4}{(x-1)(2x-3)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2 \\ (x-1)(2x-3) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{2} \text{ ou } x = \sqrt{2} \\ x \neq 1 \text{ et } x \neq \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$S = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$$

### [ATTENTION]

N'oubliez pas les valeurs interdites !

### [ASTUCE]

Pour gagner du temps vous pouvez effectuer un produit en croix (attention non valable dans le cas d'inéquations !) et obtenez :

$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{-1}{2x-3} \Leftrightarrow (x+1)(2x-3) = (x-1) \times (-1)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 2x - 3 = -(x-1) \Leftrightarrow 2x^2 - x - 3 = -x + 1$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

### 3. Exercices

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

a)  $x^2 + 4 + (x - 4) = 0$

b)  $x^2 - 25 + (x - 5)(x + 1) = 0$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

a)  $\frac{-2x + 1}{x^2 - 1} = \frac{2x}{x - 1}$

b)  $x^2 = -1$

#### Corrigés

1. a)  $x^2 + 4 + (x - 4) = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4 + x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -1 \text{ et } S = \{-1 ; 0\}$$

b)  $x^2 - 25 + (x - 5)(x + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow (x - 5)(x + 5) + (x - 5)(x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 5)[(x + 5) + (x + 1)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 5)[x + 5 + x + 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 5)(2x + 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x - 5)(x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 5 = 0 \text{ ou } x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \text{ ou } x = -3 \text{ et } S = \{-3 ; 5\}$$

#### LES PLUS EN LIGNE

Retrouvez le corrigé de l'exercice 2 sur le site [www.dunod.com](http://www.dunod.com), sur la page de l'ouvrage.

**1. Rappels de cours**

On cherche à résoudre un système de 2 équations à 2 inconnues  $x$  et  $y$  :

$$(S) \begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$$

**1. La résolution par substitution**

Il s'agit d'exprimer l'une des variables en fonction de l'autre. Dans le système (S), il est possible d'exprimer  $y$  en fonction de  $x$  dans la première équation :

$$ax + by = e \Leftrightarrow by = e - ax \Leftrightarrow y = \frac{e - ax}{b}$$

Puis on remplace  $y$  dans la seconde équation :

$$cx + dy = f \Leftrightarrow cx + d \times \frac{e - ax}{b} = f \Leftrightarrow \frac{cbx + de - dax}{b} = \frac{bf}{b}$$

$$\Leftrightarrow cbx + de - dax = bf, b \neq 0 \Leftrightarrow (bc - ad)x = bf - de$$

$$\Leftrightarrow (bc - ad)x = bf - de \Leftrightarrow x = \frac{bf - de}{bc - ad}, bc - ad \neq 0$$

On obtient l'expression de  $y$  en remplaçant par la valeur obtenue ci-dessus :

$$y = \frac{e - ax}{b} = \frac{e - a \frac{bf - de}{bc - ad}}{b} = \frac{e(bc - ad) - a(bf - de)}{b(bc - ad)}$$

$$y = \frac{ebc - ead - abf + ade}{b(bc - ad)} = \frac{ebc - abf}{b(bc - ad)} \Leftrightarrow y = \frac{ec - af}{bc - ad}$$

**2. La résolution par combinaison**

Cette méthode consiste à éliminer une variable de manière à se retrouver en présence d'une équation à une seule inconnue  $x$  ou  $y$ . Pour cela, il suffit d'additionner ou soustraire les deux équations affectées d'un facteur permettant de supprimer une variable.

Dans le système (S), il suffit de multiplier la 1<sup>re</sup> équation par  $d$  et la 2<sup>de</sup> par  $b$  puis de les soustraire. Cela permet d'éliminer la variable  $y$  :

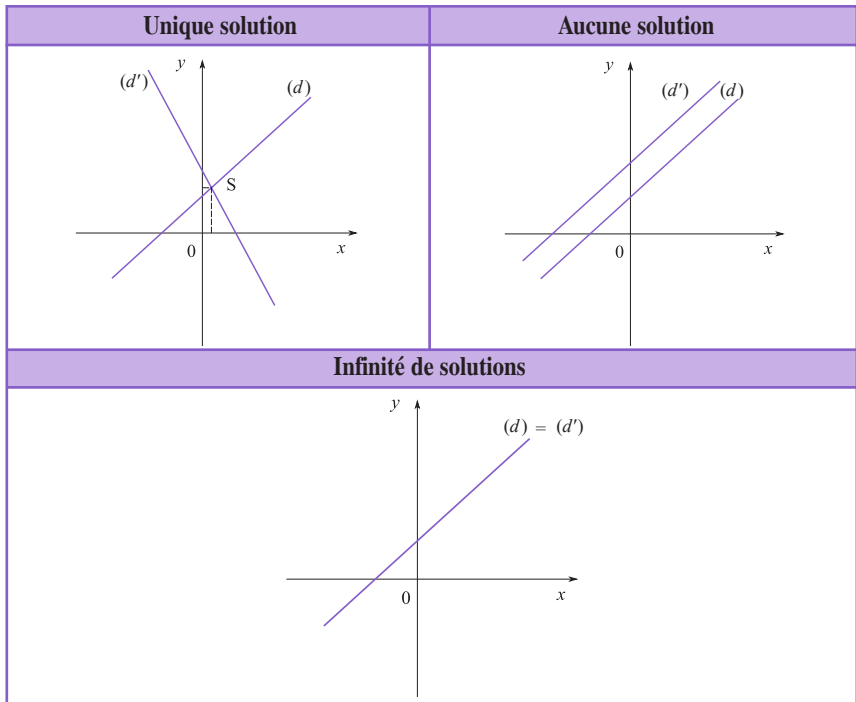
$$d(ax + by) - b(cx + dy) = de - bf$$

$$\Leftrightarrow dax + dby - bcx - bdy = de - bf \Leftrightarrow dax - bcx = de - bf$$

$$\Leftrightarrow (da - bc)x = de - bf \Leftrightarrow x = \frac{de - bf}{ad - bc} = \frac{bf - de}{bc - ad}$$

Puis on remplace  $x$  par son expression dans l'une ou l'autre des équations de départ pour obtenir le même résultat que précédemment. Le  $y$  s'obtient de la même manière que dans la méthode par substitution.

### 3. Représentation graphique



### 4. Les systèmes non linéaires

Les systèmes non linéaires sont formés d'équations qui ne sont pas forcément affines. Le principe de résolution est le même, à vous de choisir la méthode que vous préférez sauf si on vous l'impose dans l'énoncé !

## 2. Applications directes du cours

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  le système suivant en utilisant la méthode par substitution :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  le système suivant en utilisant la méthode par combinaison :

$$\begin{cases} x + 3y = 2 \\ -x + 2y = 3 \end{cases}$$

### Corrigés

1. En utilisant la méthode par substitution, vous obtenez :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ -x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ -x = 1 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(2y - 1) + 3y = 5 \\ x = 2y - 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4y - 2 + 3y = 5 \\ x = 2y - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7y = 7 \\ x = 2y - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \times 1 - 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$S = \{(1 ; 1)\}$$

2. Tout d'abord vous nommez les équations respectivement (1) et (2) :

$$\begin{cases} x + 3y = 2 & (1) \\ -x + 2y = 3 & (2) \end{cases}$$

(1) + (2) donne :

$$(x + 3y) + (-x + 2y) = 2 + 3 \Leftrightarrow x + 3y - x + 2y = 5 \Leftrightarrow 5y = 5 \Leftrightarrow y = 1$$

Puis vous remplacez  $y$  par 1 dans l'une ou l'autre des équations (dans (1) par exemple) et obtenez :

$$x + 3 \times 1 = 2 \Leftrightarrow x + 3 = 2 \Leftrightarrow x = 2 - 3 \Leftrightarrow x = -1$$

$$S = \{(-1 ; 1)\}$$

### 3. Exercices

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les systèmes suivants :

$$\text{a) } \begin{cases} x^2 + 2y = 5 \\ 2y = 4 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x^2 + 3y = -1 \\ 2y = 0 \end{cases}$$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les systèmes suivants :

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{x} - y = -1 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = -1 \\ y = 0 \end{cases}$$

3. Que vaut la somme  $(x + y)$  sachant que  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$  ?

#### Corrigés

$$\text{1. a) } \begin{cases} x^2 + 2y = 5 \\ 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4 = 5 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Le système admet deux couples solutions et  $S = \{(1 ; 2) ; (-1 ; 2)\}$

$$\text{b) } \begin{cases} x^2 + 3y = -1 \\ 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -1 \\ y = 0 \end{cases}$$

La première équation est impossible car un carré n'est jamais négatif dans  $\mathbb{R}$ . Donc le système n'admet pas de solution dans  $\mathbb{R}$  et  $S = \emptyset$ .

#### LES PLUS EN LIGNE

Retrouvez le corrigé de l'exercice 2 sur le site [www.dunod.com](http://www.dunod.com), sur la page de l'ouvrage.



$$3. \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 & (1) \\ xy = 12 & (2) \end{cases}$$

En additionnant les deux équations de manière astucieuse, vous obtenez le résultat d'une identité remarquable.

(1) + 2 × (2) donne :

$(x^2 + y^2) + 2xy = 25 + 2 \times 12$  ce qui donne après calculs :

$x^2 + y^2 + 2xy = 49$  puis en reconnaissant une identité remarquable :

$(x + y)^2 = 49 \Leftrightarrow x + y = 7$  ou  $x + y = -7$

### [REMARQUE]

En tâtonnant, vous obtenez que :

$x = 3$  et  $y = 4$  ou  $x = 4$  et  $y = 3$  ou  $x = -3$  et  $y = -4$  ou  $x = -4$  et  $y = -3$

Le système admet quatre couples solutions :

$S = \{(3 ; 4) ; (4 ; 3) ; (-3 ; -4) ; (-4 ; -3)\}$

### ASTUCE

Le produit  $xy$  est positif donc  $x$  et  $y$  sont de même signe !

Si le produit  $xy$  avait été négatif,  $x$  et  $y$  auraient été de signes contraires.