

**Pierre-Alain Boucard
François Hild
Jean Lemaitre**

Résistance mécanique des matériaux et des structures

Cours et exercices corrigés

2^e édition

DUNOD

Illustration de couverture : Modèle virtuel du Falcon 7X, fabriqué par Dassault Aviation.
Droits réservés.

<p>Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.</p> <p>Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements</p>	<p>d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.</p> <p>Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).</p>
	

© Dunod, 2007, 2016

5 rue Laromiguière, 75005 Paris
www.dunod.com

ISBN 978-2-10-074931-7

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

INTRODUCTION	V
PRINCIPALES NOTATIONS	XIII
CHAPITRE 1 • Notions d'ingénierie de la conception	1
1.1 Règles de conception	1
1.2 Règles de dimensionnement	5
1.3 Choix des matériaux	6
1.4 Procédés de fabrication et d'assemblage	9
1.5 Calculs de prédimensionnement	11
1.6 Calculs de vérification	11
1.7 Prototypes	12
1.8 Vieillessement, contrôle des pièces en service	15
Pour en savoir plus	19
CHAPITRE 2 • Déformations, contraintes, élasticité, résistance	21
2.1 Définition des déformations	21
2.1.1 Déformation normale	22
2.1.2 Déformation tangentielle	23
2.2 Efforts appliqués	25
2.2.1 Notion de coupure	25
2.2.2 Bilan des efforts	27
2.3 Définition des contraintes	29
2.3.1 Contrainte normale	29
2.3.2 Contrainte tangentielle	31
2.4 Élasticité unidimensionnelle	33
2.4.1 Traction ou compression simples	34
2.4.2 Cisaillement simple	35
2.5 Critères simples de résistance	37
2.5.1 Contraintes maximales	37
2.5.2 Déformations maximales	39
2.6 Énergie de déformation	40
Pour en savoir plus	44
CHAPITRE 3 • États simples de contraintes unidimensionnelles	45
3.1 Hypothèses cinématiques et statiques	45
3.1.1 Schématisation des appuis	46
3.1.2 Isolement d'un système	48

3.2	Les grands principes de la mécanique	50
3.2.1	Principe de l'équilibre, principe de conservation de l'énergie	50
3.2.2	Théorèmes de l'énergie	52
3.3	Fils, barres, poutres, colonnes sollicités axialement	55
3.3.1	États de contraintes uniformes	55
3.3.2	Contraintes variables dans l'espace	57
3.4	Systèmes articulés de treillis	59
3.4.1	Isolement des barres et des nœuds	59
3.4.2	Résolution par les méthodes énergétiques	63
3.5	Poutres sollicitées en flexion	67
3.5.1	Équations générales	67
3.5.2	Poutres isostatiques et hyperstatiques	75
3.6	Axes sollicités en torsion	76
3.6.1	Torsion des arbres cylindriques	76
3.6.2	Calcul des ressorts à boudin	79
3.7	Efforts tranchants et cisaillement	82
3.7.1	Efforts tranchants dans les poutres courtes	82
3.7.2	Cisaillement des éléments d'assemblage	83
3.7.3	Déformations de cisaillement dans un matériau composite	85
	Pour en savoir plus	87
CHAPITRE 4 • Déformations, contraintes, élasticité tridimensionnelles		89
4.1	Matrices des déformations	89
4.1.1	Déformations normales	90
4.1.2	Déformations tangentielles	92
4.2	Matrices des contraintes	96
4.2.1	Vecteur contrainte	97
4.2.2	Réciprocité des contraintes tangentielles	99
4.3	Mesure des déformations	102
4.3.1	Les jauges de déformation	102
4.3.2	Mesure de champs de déplacements par corrélation d'images numériques	105
4.4	Loi tridimensionnelle d'élasticité linéaire isotrope	112
4.4.1	Loi de Hooke	112
4.4.2	Thermoélasticité	115
4.5	Énergie de déformation	118
4.5.1	Énergies hydrostatique et de distorsion	119
4.5.2	Énergie élastique	121
4.6	Théorèmes de l'énergie pour les milieux continus	123
4.6.1	Théorème de l'énergie potentielle	123
4.6.2	Théorème de l'énergie complémentaire	124
	Pour en savoir plus	125
CHAPITRE 5 • Problèmes plans et axisymétriques		127
5.1	Équations de la mécanique des milieux continus	127
5.1.1	Équations d'équilibre	128
5.1.2	Méthodes de résolution	130

5.2	Problèmes plans	131
5.2.1	Contraintes planes	131
5.2.2	Déformations planes	135
5.3	Solides axisymétriques	138
5.3.1	Équations d'équilibre	139
5.3.2	Déformations et contraintes	144
5.4	Plaques minces sollicitées en flexion	147
5.4.1	Équations d'équilibre en tension et flexion	147
5.4.2	Contraintes et déformations de flexion pure	148
5.5	Concentrations de contraintes	148
5.5.1	Coefficient de concentration de contrainte	149
5.5.2	Valeurs de coefficients de concentration de contrainte	150
	Pour en savoir plus	157
CHAPITRE 6 • Plasticité, critères de ruine		159
6.1	Aspects phénoménologiques	159
6.1.1	Mécanisme physique de déformation plastique	160
6.1.2	Loi de comportement plastique unidimensionnelle	162
6.2	Loi tridimensionnelle de comportement plastique à écrouissage isotrope	164
6.2.1	Notion de contrainte et déformation équivalentes	165
6.2.2	Loi d'évolution de Prandtl-Reuss	166
6.3	Cas des chargements proportionnels	168
6.3.1	Loi de Hencky-Mises	169
6.3.2	Extension à la viscoplasticité	171
6.4	Chargements cycliques	174
6.4.1	Écrouissage cinématique linéaire	174
6.4.2	Loi cyclique	177
6.5	Calculs simplifiés des structures en élasto-plasticité	178
6.5.1	Concentrations de contraintes par la méthode de Neuber	178
6.5.2	Méthode de l'énergie uniforme	181
6.6	Analyse limite	184
6.7	Critères de ruine	185
6.7.1	Limite d'élasticité, limite de rupture	185
6.7.2	Limite d'endurance à la fatigue	191
	Pour en savoir plus	194
CHAPITRE 7 • Méthode des éléments finis		195
7.1	Méthode de Rayleigh-Ritz	196
7.1.1	Rappel du théorème de l'énergie potentielle	196
7.1.2	Mise en œuvre pratique	197
7.2	Une introduction à la méthode des éléments finis	201
7.2.1	Formulation	202
7.2.2	Démarche de la résolution	205
7.3	Problèmes à une dimension	207
7.3.1	Étude de l'élément linéaire L1	207
7.3.2	Résolution d'un problème	209

7.4	Extensions	217
7.4.1	Au niveau de la formulation	217
7.4.2	Au niveau du maillage	218
7.4.3	Corrélation d'images avec une cinématique d'éléments finis	219
7.5	Utilisation des logiciels de calculs par éléments finis	221
7.5.1	Mise en données	221
7.5.2	Analyse des résultats	222
7.6	Aperçu sur les problèmes non linéaires	223
	Pour en savoir plus	225
CHAPITRE 8 • Mécanique élémentaire des vibrations		227
8.1	Systèmes discrets conservatifs	227
8.1.1	Système à un degré de liberté	228
8.1.2	Système à « n » degrés de liberté	230
8.2	Vibrations amorties	235
8.2.1	Frottement visqueux et frottement sec	236
8.2.2	Système à un degré de liberté	237
8.3	Vibrations forcées	240
8.3.1	Résonance	240
8.3.2	Systèmes d'amortissement	243
8.4	Systèmes continus	246
8.4.1	Vibration des poutres	246
8.4.2	Discrétisation par la méthode des éléments finis	250
8.5	Méthodes expérimentales	251
8.5.1	Excitateurs et capteurs	252
8.5.2	Mesures	256
	Pour en savoir plus	258
CHAPITRE 9 • Endommagement, fissuration, rupture		259
9.1	Aspects phénoménologiques	259
9.1.1	Sollicitations monotones	260
9.1.2	Sollicitations cycliques	264
9.2	Endommagement	265
9.2.1	Lois de comportement des matériaux endommagés	265
9.2.2	Lois d'évolution de l'endommagement	268
9.3	Calculs d'endommagement ductiles	271
9.3.1	Sollicitations monotones	271
9.3.2	Fatigue à faible nombre de cycles	274
9.4	Calculs d'endommagement fragile	278
9.4.1	Sollicitations monotones	278
9.4.2	Vers un critère de dimensionnement probabiliste	281
9.4.3	Fatigue à grand nombre de cycles	283
9.5	Fissuration	287
9.5.1	Analyse du milieu fissuré	287
9.5.2	Rupture par instabilité	292

9.6	Propagation des fissures	294
9.6.1	Déchirure ductile	294
9.6.2	Progression par fatigue	296
	Pour en savoir plus	299
CHAPITRE 10 • Instabilité de flambement, frottements, usure		301
10.1	Flambement des colonnes élancées	302
10.1.1	Solution d'Euler	302
10.1.2	Influence des conditions aux limites	306
10.2	Flambement des structures	308
10.2.1	Prise en compte des conditions aux limites	309
10.2.2	Influence d'un défaut : cas du défaut de forme initial	310
10.2.3	Méthode des éléments finis	313
10.2.4	Analyse expérimentale du flambage	313
10.3	Contacts	315
10.3.1	Contact élastique de Hertz	315
10.3.2	Contact élasto-plastique, matage	319
10.4	Frottements	320
10.4.1	Adhérence	320
10.4.2	Loi de frottement	322
10.5	Usure des pièces	324
10.5.1	Modèles d'usure des pièces en contact	324
10.5.2	Corrosion	327
	Pour en savoir plus	329
INDEX		331

Introduction

Pour cette nouvelle édition augmentée de progrès récents, tout est encore dans le titre (ou presque !), titre légèrement modifié pour bien marquer les deux composantes physique et mathématique intimement liées dans la *Résistance mécanique des matériaux et des structures*.

Il s'agit tout d'abord de **Structures**, c'est-à-dire de solides dont la forme est imposée par les fonctions à réaliser : une brosse à dents doit avoir un manche, un tuyau se doit d'être creux, le profil d'une aile d'avion résulte d'une étude de moindre résistance aérodynamique, les assemblages par rivets ou boulons nécessitent des trous qui compliquent souvent l'architecture des pièces.

Il s'agit ensuite de **Matériaux**, c'est-à-dire de corps dont la composition chimique détermine leurs propriétés intrinsèques (métaux et alliages, polymères, composites, bétons, bois...). Leur choix, dans la conception de tout objet, est primordial pour des raisons de sécurité, d'économie, de durabilité, de masse et aussi d'esthétique.

Il s'agit également de **Mécanique**, c'est-à-dire de l'étude du comportement des solides à l'échelle macroscopique humaine, du plus grand des barrages, avion ou centrale nucléaire au plus petit circuit électronique imprimé ou prothèse dentaire ; étant entendu que le plus petit élément de matière étudié est considéré comme continu. C'est le Volume Élémentaire Représentatif de l'échelle mésoscopique (0,01 à 1 mm pour fixer les idées). Plus petit, c'est l'échelle microscopique voire nanométrique de la physique du solide. À l'autre extrémité, c'est la cosmologie à l'échelle de l'univers. Le terme mécanique définit aussi les outils, c'est-à-dire les variables dont les relations mutuelles décrivent le comportement : essentiellement les déplacements ou déformations si elles sont rapportées à l'élément de volume, les forces ou contraintes, la température et le temps. La mécanique des milieux continus n'explique pas la nature profonde des phénomènes, elle les utilise.

Il s'agit surtout de **Résistance**, c'est-à-dire de la capacité des éléments à fonctionner correctement pendant le temps d'utilisation estimé : quelques dizaines de

minutes pour un moteur de fusée, quelques milliers d'heures pour une automobile, quelques dizaines de milliers d'heures pour un avion civil, quelques dizaines d'années pour une centrale nucléaire, quelques siècles pour les ouvrages d'art du génie civil. Les calculs de résistance doivent assurer que, pendant ce laps de temps, des critères de ruine ne sont pas atteints. Ce peut être des déplacements excessifs, l'amorçage d'une fissure, la rupture, des pertes d'équilibre ou instabilités statiques et dynamiques, des vibrations excessives, une usure ou une corrosion compromettant le bon fonctionnement. C'est aussi maîtriser la possibilité de rupture comme pour l'ouverture des boîtes boissons ou de conserve par exemple.

Cet ouvrage se propose d'en donner les bases élémentaires et les moyens de les éviter au niveau du prédimensionnement, qui détermine la conception initiale de tout composant mécanique, et du dimensionnement optimisé (définitif). Il introduit toutes les notions nécessaires sans prérequis au-delà du niveau Bac « plus ». De nombreux exemples et exercices illustrent ces notions de manière concrète et chiffrée, ils sont traités avec concision pour constituer des exercices faciles et rapides. De plus, à la fin de chaque chapitre, les concepts essentiels sont rappelés sous la rubrique « À retenir » (pour toujours...) et quelques ouvrages sont indiqués sous la rubrique « Pour en savoir plus ». Il est destiné aux étudiants de licences, aux élèves des B.T.S et I.U.T. et des classes préparatoires, aux élèves de première année des écoles d'ingénieurs, à la formation permanente et à tous ceux qui souhaitent acquérir les notions de base et pratiques du dimensionnement sécuritaire sans pour autant devenir des spécialistes.

- Le **premier chapitre** montre comment les estimations de résistance interviennent dans la conception technologique des objets, depuis les premières idées jusqu'au contrôle en service et à la maintenance.
- Le **second chapitre** définit les outils utilisés dans le cas le plus simple : déformations et contraintes unidimensionnelles, loi d'élasticité, critères de résistance appliqués dans le **troisième chapitre** à des problèmes pratiques de résistance d'éléments simples tels que les barres, les treillis, les poutres sollicitées en traction, en flexion ou en torsion.
- Le **quatrième chapitre** aborde le cas tridimensionnel plus complexe mais aussi plus proche de la réalité pour des réalisations de géométries plus compliquées. Il introduit la loi d'élasticité qui régit les petites déformations de tous les corps solides. Il permet aussi de formuler la notion d'énergie de déformation qui conduit aux méthodes de résolution analytiques décrites dans le **cinquième chapitre** pour déterminer les déformations élastiques et les contraintes de solides soumis à des efforts. Il permet enfin d'établir dans le **sixième chapitre** les lois de plasticité qui régissent les déformations irréversibles et les critères de ruine à ne pas dépasser : limite d'élasticité, limite de rupture, limite de fatigue.
- Avec le **septième chapitre**, on aborde les problèmes concrets de calculs de structures, essentiellement en élasticité statique par la méthode des éléments finis et en plasticité, puis en dynamique dans le **huitième chapitre** pour l'étude des vibrations, dans le **neuvième chapitre** pour la réduction des risques d'endom-

agement de fissuration et de rupture et enfin dans le **dixième chapitre** pour la lutte contre les instabilités de flambage, les frottements, l'usure et la corrosion.

La Résistance Mécanique des Matériaux et des Structures est une discipline ancienne connue autrefois sous le nom de « Résistance des Matériaux » mais considérablement rajeunie par la possibilité de traiter les problèmes complexes de champs, linéaires ou non, par calculs numériques sur ordinateurs. Jusqu'à Leonardo da Vinci (1452-1519), on concevait les structures sans véritables calculs. Seule l'expérience de ce qui ne s'était pas écroulé ou rompu présidait aux projets. Galileo G.L. (1564-1642) invente la notion de contrainte, mais il faut attendre Mariotte (1620-1684) et Bernoulli (1654-1705) pour avoir une solution correcte au problème de la résistance à la flexion des poutres. La science est en marche avec Lagrange (1763-1813) et Hooke (1635-1703) pour la première loi d'élasticité des matériaux.

Au XVIII^e siècle, le siècle des lumières, et au XIX^e, l'analyse mathématique jette les bases de la mécanique des milieux continus : Navier (1785-1836), Cauchy (1789-1857), Poisson (1781-1840), Lamé (1795-1870), Saint-Venant (1797-1886) élaborent la forme définitive de la théorie de l'élasticité. Avec la révolution industrielle du XIX^e, l'avènement des chemins de fer, la construction de ponts en fer qui remplace la pierre, on entre dans l'ère de la résistance des matériaux prévisionnelle pour tenter d'éviter les catastrophes engendrées par les instabilités de flambage (Fairbairn, 1789-1874) et les ruptures par fatigue (Wöhler 1819-1914 ; il sut les éviter puisqu'il mourut à 95 ans !).

Au XX^e siècle, l'accélération des performances des chemins de fer, des grands ouvrages de génie civil, de l'aéronautique puis de l'espace, de la production d'énergie, de l'automobile, est un formidable stimulant pour la recherche d'une utilisation optimale des matériaux. Il faut alors tenir compte de phénomènes non linéaires tels que la plasticité (von Mises, 1913 ; Prandtl, 1920), le fluage des métaux à haute température (Norton, 1929), la fissuration (Griffith, 1920) que précède souvent l'endommagement (Kachanov, 1958). L'ensemble des méthodes analytiques est consacré par l'œuvre de Timoshenko (1878-1972) qui clos, ou presque, l'approche pragmatique de la Résistance des Matériaux.

La fin du XX^e siècle et le début du XXI^e voient l'avènement d'une approche plus fine par la prise en compte de plus de physique, par une meilleure identification des modèles grâce à l'imagerie numérique et par la modélisation numérique des problèmes mathématiques linéaires et non linéaires : la méthode des éléments finis (Zienkiewicz 1967). Elle permet des études au cas par cas avec analyse chiffrée des approximations et introduction de méthodes probabilistes qui suppléent au manque de précision des données relatives aux matériaux et à la méconnaissance fréquente des charges auxquelles sont soumises les structures. Par exemple, on ne connaît que par des probabilités la fréquence et l'intensité des turbulences que rencontrera un avion au cours de sa vie, ou bien, plus prosaïquement, qui peut connaître les efforts que devra supporter une table de classe : les bras de deux étudiants endormis ? deux cartables remplis de livres, 4 à 6 étudiants debouts lors d'une manif ? qui sait ?

Ce livre doit beaucoup aux remarques des étudiants qui ont subi les cours des auteurs, qu'ils en soient ici remerciés ainsi que Fabien Amiot – Chargé de Recherche au C.N.R.S et Jean-Claude Hild – Professeur Agrégé de Physique en classes préparatoires pour la relecture perspicace et féconde des épreuves.

Principales notations

Les habitudes et le nombre de phénomènes traités dans ce livre sont tels qu'il n'a pas été possible d'éviter qu'une même lettre soit utilisée pour désigner différentes quantités. Néanmoins leur définition est donnée à chaque nouvelle utilisation, attention donc à bien les mémoriser !

Opérateur	Signification
δ_{ij}	Symbole de Kronecker : $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$
x	Scalaire
\dot{x}	Dérivée de x par rapport au temps $\dot{x} = dx/dt$
\ddot{x}	Dérivée seconde de x par rapport au temps $\ddot{x} = d^2x/dt^2$
\mathbf{x}	Vecteur
x_i	Composantes d'un vecteur
$[x]$	Matrice
$[x]^D$	Matrice déviateur $x_{ij}^D = x_{ij} - x_{kk}/3$
x_{ij}	Composante d'une matrice
d	Opérateur différentiel
∂	Opérateur dérivée partielle
Convention sommation d'Einstein	$x_{ii} = x_{11} + x_{22} + x_{33}$ pour une matrice $[x]$ 3×3 $x_{ij}x_{ij} = x_{11}x_{11} + x_{22}x_{22} + x_{33}x_{33} + 2x_{12}x_{12} + 2x_{23}x_{23} + 2x_{31}x_{31}$ pour $[x]$ symétrique
\sum	Signe somme
\wedge	Signe du produit vectoriel
$tr[x]$	Trace de la matrice $[x] = x_{11} + x_{22} + x_{33}$ pour une matrice 3×3
δx	Accroissement fini de x
Δx	Amplitude « crête-crête » de x
$ x $	Valeur absolue de x
\bar{x}	Valeur moyenne de x
$\ln x$	Logarithme népérien de x
Δx	Laplacien de x
$\langle x \rangle$	Partie positive de x : $\langle x \rangle = x$ si $x \geq 0$, $\langle x \rangle = 0$ si $x < 0$
$ x $	Saut de x
$\text{Sgn}(x)$	Signe + ou - du scalaire x

Symbole	Signification
a	Vecteur accélération
<i>A</i>	Surface de fissure
<i>a</i>	Longueur de fissure
<i>a_v</i>	Viscosité
<i>C</i>	Couple
<i>C_{kl}</i>	Coefficient d'influence
<i>C_s</i>	Coefficient de sécurité
<i>D</i>	Variable endommagement
<i>E</i>	Module d'élasticité
[<i>E</i>]	Matrice d'élasticité
e	Vecteur unitaire
<i>e_c</i>	Densité volumique d'énergie complémentaire
<i>E_c</i>	Énergie de déformation complémentaire
<i>e_c^e</i>	Densité d'énergie de déformation complémentaire élastique
<i>E_c^e</i>	Énergie de déformation complémentaire élastique
<i>e_d</i>	Densité volumique d'énergie de déformation
<i>E_{cin}</i>	Énergie cinétique
<i>E_d</i>	Énergie de déformation
<i>E_e</i>	Énergie de déformation élastique
<i>e_e^D</i>	Densité d'énergie de déformation élastique de distorsion
<i>e_e^H</i>	Densité d'énergie de déformation élastique hydrostatique
<i>E_i</i>	Énergie interne
<i>e_p</i>	Densité d'énergie de déformation plastique
<i>E_p</i>	Énergie de déformation plastique
<i>f</i>	Fréquence
<i>F, f</i>	Forces
<i>G</i>	Module d'élasticité en cisaillement
<i>g</i>	Accélération de la pesanteur
<i>G</i>	Taux de restitution d'énergie
<i>G_c</i>	Ténacité
<i>H</i>	Dureté
<i>I</i>	Moment d'inertie de flexion
<i>K, k</i>	Raideurs
<i>K_I</i>	Facteur d'intensité des contraintes en mode I
<i>K_T</i>	Coefficient de concentration de contrainte
<i>M</i>	Moment de flexion
<i>m</i>	Masse
n	Vecteur normal
<i>N</i>	Force
<i>N</i>	Nombre de cycles
<i>N_R</i>	Nombre de cycles à rupture
<i>P</i>	Pression

p	Densité linéique ou surfacique de force
p	Déformation plastique cumulée
p_D	Seuil d'endommagement
P_R	Probabilité de rupture
q	Déplacement
R	Force de réaction
$[R]$	Matrice de rigidité
R_v	Fonction de triaxialité
T	Effort tranchant
T	Température
\mathbf{T}	Vecteur contrainte
t	Temps
u	Déplacement
V	Énergie potentielle
V_c	Énergie potentielle complémentaire
W	Travail
W_{ext}	Travail des efforts extérieurs
x_1, x_2, x_3	Coordonnées d'un repère orthonormé
\mathbf{x}_i	Vecteur unitaire
y	Flèche
α	Coefficient de dilatation
ε	Déformation d'un état unidimensionnel
ε_e	Déformation élastique
ε_p	Déformation plastique
ε_{ij}	Composantes de la matrice 3×3 des déformations
ε_{ij}^D	Composantes de la matrice déviateur des déformations
ε_n	Déformation normale
λ	Multiplicateur plastique
μ	Coefficient de frottement
ν	Coefficient de Poisson
ρ	Masse volumique
σ	Contrainte unidimensionnelle
$\tilde{\sigma}$	Contrainte effective
σ^*	Contrainte équivalente d'endommagement
σ_{eq}	Contrainte équivalente de von Mises
σ_f	Contrainte limite de fatigue
σ_{ij}	Composantes de la matrice 3×3 des contraintes
σ_{ij}^D	Composantes de la matrice déviateur des contraintes
σ_s	Contrainte seuil de plasticité
σ_u	Contrainte ultime de rupture
σ_y	Contrainte limite d'élasticité
σ_H	Contrainte hydrostatique
ω	Pulsation

Chapitre 1

Notions d'ingénierie de la conception

Concevoir une pièce mécanique, un ouvrage d'art ou tout objet utilitaire, c'est d'abord imaginer les **formes** et le squelette géométrique qui remplissent les **fonctions** demandées. C'est ensuite choisir les **matériaux** et déterminer leur répartition nécessaire et suffisante pour concrétiser les formes à l'aide de procédés d'obtention et assurer une résistance **sans dommage** de l'objet à toutes les sollicitations auxquelles il sera soumis au cours de son **service**. C'est enfin s'assurer que ces formes sont réalisables dans les meilleures conditions de **prix**. Le meilleur compromis entre la **sécurité**, l'économie et aussi l'esthétique qu'une **certification** par des calculs, des règles, des essais sur prototypes doit prouver.

En fait, les meilleures solutions sont rarement les premières imaginées et le processus de conception procède d'allers et retours entre les fonctions à assurer et la conception définitive. C'est la raison pour laquelle, par soucis d'économie et aussi pour bénéficier de l'état de l'art antérieur, le « nouveau » composant mécanique résulte le plus souvent de l'évolution d'une pièce ancienne adaptée aux nouvelles contingences. On appelle cela **l'art de l'ingénieur**.

1.1 RÈGLES DE CONCEPTION

L'objet final d'un travail de conception est la définition géométrique, dimensionnelle avec les tolérances souhaitées, de l'élément à réaliser sous la forme d'une

maquette numérique ou de plans. Cette représentation de la conception devant être comprise par tous, une normalisation en définit les codes. Il s'agit d'un travail d'imagination du concepteur sur les fonctions à réaliser, la résistance à assurer et les meilleures conditions de fabrication et de prix. La **normalisation** intervient au niveau du dessin et au niveau des éléments préfabriqués.

Un **dessin industriel** « à la main » se décline généralement en trois vues, une vue « de face » (située en haut et à gauche), une vue « de gauche » (située à droite !) et une vue « de dessus » (située en dessous !) comme le montre la figure 1.1.

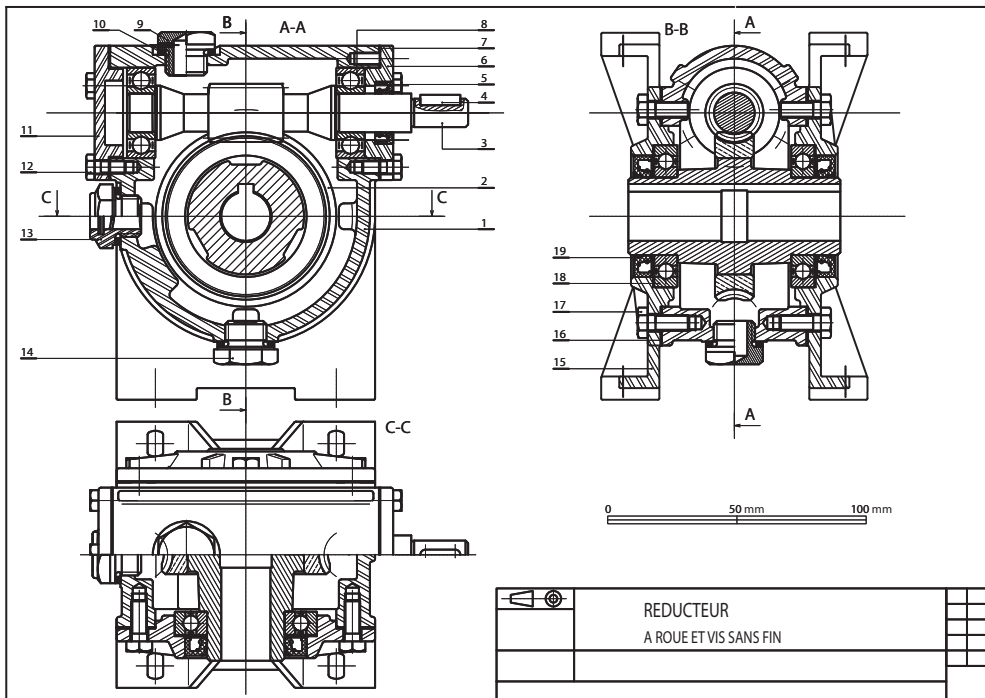


Figure 1.1 Plan en trois vues d'un réducteur à roue et vis sans fin.

Les traits continus définissent le contour visible de la pièce.

Les traits pointillés figurent des contours cachés.

Les traits mixtes longs et fins définissent des symétries.

Les hachures représentent des plans coupés.

Aujourd'hui, les logiciels de **Conception Assistée par Ordinateur** (CAO) ont pris le pas sur les anciennes tables à dessin. Ces logiciels sont avant tout des plates-formes pluridisciplinaires les plus intégrées possible qui permettent de modéliser et d'optimiser le trio produit/procédé/matériau. Elles hébergent des modules spécialisés (cinématique, dynamique multi-corps, calcul de structures, mécanique des fluides).

des, robotique, fabrication, etc.) qui rendent possible la personnalisation de chaque plate-forme de conception pour les besoins particuliers de chaque bureau d'études afin d'en faire de véritables outils-métiers. Les logiciels de CAO sont donc bien plus que de simples programmes pour la définition géométrique d'un ensemble mécanique.



Figure 1.2 Vue technique (utile pour les concepteurs) et rendu réaliste (pouvant être utilisé à des fins publicitaires, marketing...) d'un moteur réalisés à partir d'un même modèle CAO.

L'intégration des différents modules de la chaîne de conception – simulation, FAO (Fabrication Assistée par Ordinateur), travail collaboratif, GDT (Gestion des Données Techniques) et PLM (*Product Lifecycle Management* ou littéralement « gestion du cycle de vie du produit ») – fait que le logiciel de CAO se positionne comme la base de données de référence de l'entreprise. En particulier, le PLM a pour but de créer et de maintenir les produits tout au long de leur cycle de vie, depuis l'établissement du cahier des charges et des services associés jusqu'à la fin de vie. Ceci peut inclure de nombreux éléments de cette vie :

- le cahier des charges du produit et/ou des services associés ;
- le mode de fabrication et le mode de marketing associé ;

- le mode de distribution de la fabrication ;
- le mode de stockage intermédiaire éventuel ;
- le mode de distribution (vitesse et coûts étant deux éléments importants) ;
- le service apporté au client final par rapport à ses attentes ;
- les évolutions éventuelles du produit (mise à jour, améliorations...) ;
- la fin de vie et son éventuel remplacement.

Enfin, notons que la prise en compte de l'écoconception dans les logiciels de CAO tend à se généraliser (et devrait être largement adoptée à terme). Le but est d'être capable de déterminer et de comparer le coût écologique de différentes variantes d'un projet.

Les **éléments préfabriqués** comme les vis, les profilés, les tubes, les tôles, les roulements, les joints... n'existent qu'avec des dimensions bien précises. À titre d'exemple est indiquée ci-dessous la série Renard des diamètres de tubes en acier disponibles dans le commerce courant (norme NF A 49-XXX).

TABLEAU 1.1 VALEURS DES DIAMÈTRES EXTÉRIEURS (D_{EXT}), DES ÉPAISSEURS (E_p) ET DES DIAMÈTRES INTÉRIEURS (D_{INT}) DE TUBES NORMALISÉS.

D_{ext} (mm)	e_p (mm)	D_{int} (mm)
13,5	2,3	8,9
17,2	2,3	12,6
21,3	2,6	16,1
26,9	2,6	21,7
33,7	3,2	27,3
42,4	3,2	36
48,3	3,2	41,9
60,3	3,6	53,1
76,1	3,6	68,9
88,9	4	80,9
114	4,5	105

Il faut noter que le choix de la série Renard (suite géométrique) n'est pas le fruit du hasard, elle permet par exemple de relier facilement plusieurs tubes de petits diamètres sur un tube de plus grand diamètre en assurant un débit quasiment constant. Les outils de fabrication, comme par exemple les forets, n'existent qu'en certains diamètres, ce qui implique de prévoir les trous en conséquence. Toutes ces règles figurent dans les ouvrages indiqués en référence sous la rubrique de fin de chapitre « Pour en savoir plus ».

Les **Données d'un travail de conception** sont d'abord les fonctions à réaliser : transmission de mouvements, d'efforts, de puissance, avec des dimensions d'encombrement à respecter, autant de fonctions à placer sur un plan ou à choisir dans un logiciel de CAO. Ce sont également les conditions fixées par le marketing sur le nombre d'objets à réaliser et l'esthétique, les procédés de fabrication qui eux aussi influent sur la conception. C'est enfin tenir compte de la disponibilité des fournitures et des prix par un choix judicieux des matériaux et des formes qui à leur tour conditionnent la fabrication : c'est le fameux triplet produit/procédé/matériau.

1.2 RÈGLES DE DIMENSIONNEMENT

C'est à partir de là qu'intervient la résistance qui détermine la durée de vie de l'objet, notion qui sera définie au chapitre 2. On ne conçoit pas un circuit imprimé de la même façon selon qu'il sera utilisé dans un jouet ne devant servir que quelques fois, dans un lave-linge devant servir plus de mille fois ou dans un système de surveillance sismique d'immeuble devant fonctionner quelques dizaines d'années.

Les **charges extérieures** sont définies par les relations de l'objet avec son milieu environnant. Certaines sont connues avec une précision suffisante comme le poids, l'inertie, des forces concentrées ou réparties et des couples dont les valeurs maximales sont imposées par des dispositifs extérieurs. D'autres non, comme l'occurrence de phénomènes aérodynamiques sur les avions et les tours, comme le nombre et le poids des véhicules sur les ouvrages d'art et les routes, comme les changements d'utilisation, les surcharges et les accidents.

C'est pour pallier ces incertitudes que l'on introduit des coefficients de sécurité C_s qui majorent les efforts extérieurs de calcul et la durée de vie estimée et qui minorent les contraintes admissibles dans les matériaux. Quelques exemple sont donnés ci-dessous.

Pour les engins de levage :

$C_s = 4$	chaînes de levage et accessoires
$C_s = 5$	mousquetons, maillons rapides, émerillons, manilles, câbles, élingues, terminaisons, poulies, moufles
$C_s = 7$	cordages, sangles textiles

Pour le dimensionnement des agrès de gymnastique travaillant en traction :

$C_s = 4$	éléments en acier ou en aluminium
$C_s = 5$	câbles en acier
$C_s = 7$	éléments en textiles ou en matériau composite

Dans le domaine aéronautique et spatial, où la recherche du poids minimal est primordial, certains éléments sont dimensionnés avec des coefficients de sécurité inférieurs à 2.

La sécurité peut aussi se définir par la statistique comme la probabilité de ruine pour des charges données après un temps donné, mais souvent ce sont des règlements qui imposent les procédures et les niveaux de confiance admissibles.

Les **règlements** sont souvent définis par profession, ils sont très stricts, très précis et contiennent un grand nombre de directives sous forme de lois, arrêtés, circulaires... ! Citons par exemple :

- Le Règlement des appareils à pression.
- Le RCCM (Règles de Conception et de Construction des Matériels Mécaniques).
- Les Eurocodes pour le Génie Civil.
- Les Normes et Codes internationaux ISO.
- Les « Standards » pour les transports, l'aéronautique, les constructions, la soudure, etc.

1.3 CHOIX DES MATÉRIAUX

C'est souvent la tradition, la disponibilité et le prix qui président au choix des matériaux, mais dans un sous-ensemble donné, on peut comparer différentes solutions en fonction des paramètres les plus importants comme le poids, la rigidité (*cf.* chapitre 2), la résistance à la fatigue (*cf.* chapitre 9) ou à la corrosion (*cf.* chapitre 10), etc.

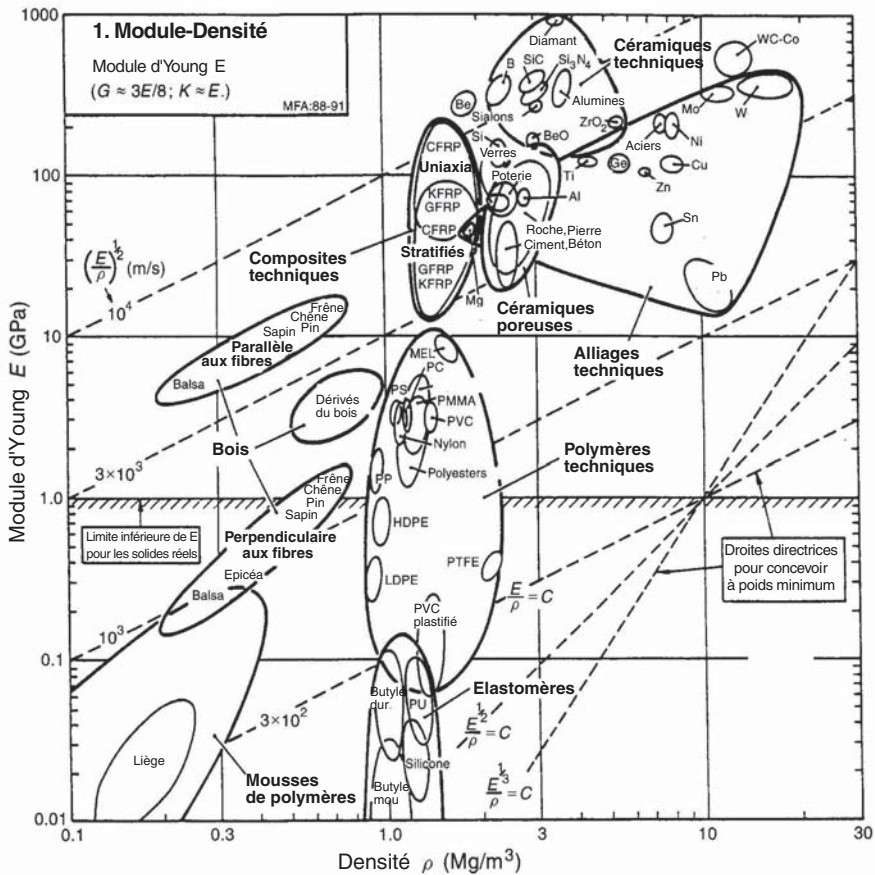
Les **différentes classes de matériaux** caractérisent leurs propriétés qui dépendent très fortement du type d'interaction entre atomes ou molécules qui assure leur cohésion. Ces liaisons interatomiques conditionnent la structure de la matière à l'échelle atomique ou moléculaire. Il est donc raisonnable de les classer en fonction de ces différents types de liaisons chimiques.

Ainsi, une première classe de matériaux est constituée des **métaux et alliages**. Ce sont des matériaux en général ductiles c'est-à-dire susceptibles de grandes déformations et relativement tenaces c'est-à-dire possédant une bonne résistance à la rupture (*cf.* chapitre 9), ce qui est un atout pour leur mise en forme. On peut ensuite donner aux alliages métalliques une bonne résistance mécanique par des traitements thermomécaniques. Notons aussi que les métaux sont en général des matériaux lourds et denses et souvent sensibles à la corrosion (*cf.* chapitre 10). Les métaux les plus utilisés dans les applications structurales sont les aciers, les alliages d'aluminium, les alliages de cuivre et les alliages de nickel.

Une deuxième classe de matériaux est constituée par les **verres et céramiques**. Ces matériaux ont une bonne tenue en température et d'excellentes propriétés élastiques. La faible propension à la plasticité rend ces matériaux fragiles et peu ductiles, mais résistants à l'usure. Ils ont en général une bonne résistance à la corrosion. Parmi les plus utilisés dans les applications structurales, on peut citer l'alumine, le carbure de silicium, le nitrure de silicium et les verres.

Une troisième classe de matériaux regroupe les **polymères et élastomères**. Ils ont un faible module d'élasticité, et une limite d'élasticité d'autant plus faible qu'ils sont utilisés à haute température. Ces matériaux ont une bonne ténacité, une bonne résistance à l'usure et résistent assez bien à la corrosion. La variété des polymères est très vaste, et on peut les classer en trois grandes familles : les thermoplastiques, les thermodurcissables et les élastomères.

Enfin, la dernière classe de matériaux regroupe les **matériaux composites**. Ce sont des matériaux qui associent des éléments de deux classes de matériaux pour obtenir une combinaison de propriétés qui tente de tirer avantage de chaque classe. Les plus fréquemment utilisés sont les composites à matrice polymère et à renfort fibreux de verre ou de carbone, les composites céramique/céramique, les composi-



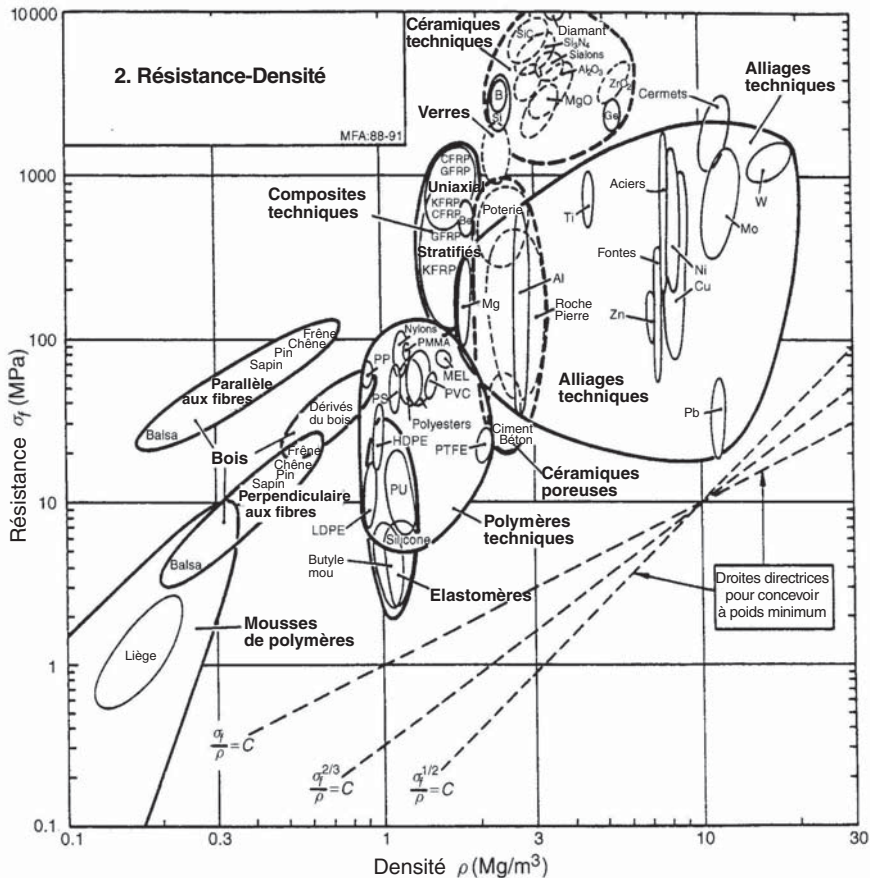
(c) Michael F Ashby
(c) Editions Dunod, pour la traduction française

Figure 1.3 Carte d'Ashby « module d'élasticité – densité ».

tes à matrice métallique à renfort céramique. Dans cette classe entrent également le bois, les ciments et bétons, les mousses polymères, céramiques ou métalliques.

Les **cartes d'Ashby** sont des graphes qui situent des classes de matériaux par rapport à deux paramètres caractéristiques comme la densité, la rigidité (*cf.* chapitre 2), la résistance etc. Elles sont très utiles pour le choix des matériaux car elles permettent très rapidement de comparer différents matériaux par rapport à leurs propriétés d'usage.

Ce peut être le module d'élasticité d'Young, caractéristique de la rigidité, en fonction de la densité où l'on voit sur la figure 1.3 que par exemple les composites techniques sont, du point de vue du rapport rigidité/densité, plus avantageux que les aciers.



(c) Michael F Ashby
(c) Editions Dunod, pour la traduction française

Figure 1.4 Carte d'Ashby « Résistance à la fatigue – densité ».

Ce peut être la résistance à la fatigue (*cf.* chapitre 9) en fonction de la densité où l'on voit sur la figure 1.4 que par exemple les bois (dans le sens des fibres) sont, du point de vue de ce rapport, mieux placés que certains alliages métalliques.

1.4 PROCÉDÉS DE FABRICATION ET D'ASSEMBLAGE

Deux grandes classes : les procédés qui se contentent de modifier la forme d'une ébauche sans changer la quantité de matière et ceux qui nécessitent un apport ou un enlèvement de matière. A cela, il faut ajouter les traitements thermiques comme la trempe ou les revenus et les traitements de surface qui, sans modifier la forme, changent les propriétés de résistance des matériaux.

La **mise en forme par déformation plastique** joue sur la capacité des métaux et de certains polymères à subir sans dommage, ou presque, de très grandes déformations plastiques irréversibles, elle est mise à profit pour obtenir des produits semi-finis ou finis à partir d'une matière première issue directement de l'élaboration du matériau. Le chapitre 6 décrit les lois qui les gouvernent et la figure 1.5 en montre un exemple.

- Les tôles d'acier sont obtenues par laminage de brâmes issues de la coulée des convertisseurs qui affinent l'acier à la suite des hauts-fourneaux.
- Les ailes d'automobiles sont obtenues par emboutissage de tôles dans des presses.
- Les fils sont obtenus par filage dans des filières.
- Des tubes sont obtenus par extrusion.

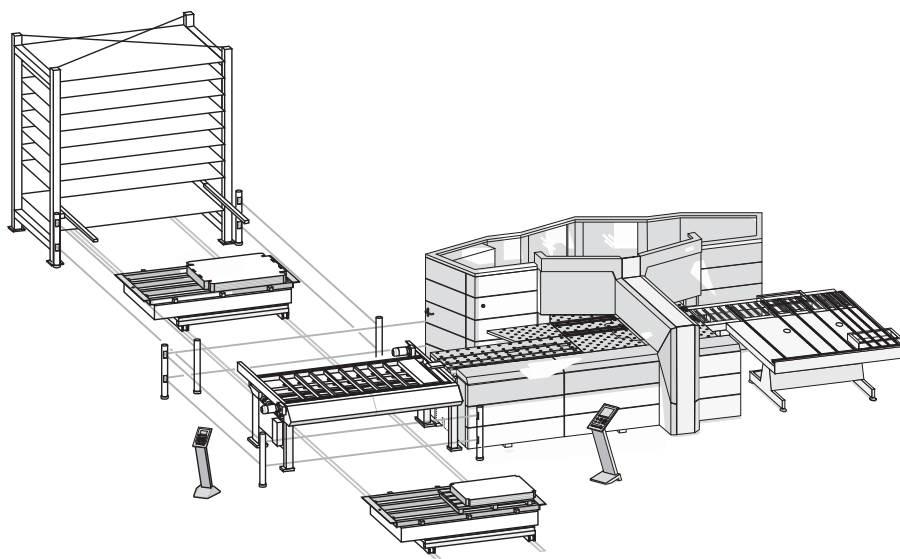


Figure 1.5 Exemple d'un système complet de mise en forme par emboutissage.

Certaines pièces, même complexes, sont obtenues par forgeage sur des marteaux-pilons et par estampage ou matriçage dans des moules appelés matrices sur des presses.

Pour les matières plastiques, les principaux procédés de mise en forme sont le thermoformage, l'injection (avec ou sans soufflage), l'extrusion (avec ou sans gonflage et soufflage).

Ces procédés permettent d'atteindre une incertitude dimensionnelle absolue de l'ordre de 0,1 mm à 0,01 mm.

Historiquement développé pour les métaux, le **moulage**, qui consiste à apporter le matériau liquide dans des moules, est très utilisé dans la mise en œuvre des polymères. Sa précision peut être excellente si les problèmes de retrait au refroidissement sont bien gérés. Dans le frittage, c'est une poudre qui est chauffée et compressée dans une empreinte.

L'**usinage** est la mise en forme de **précision** par excellence : découpage, tournage, fraisage, meulage et surtout usinages multifonctions sont effectués par des machines à commande numérique qui se prêtent bien aux grandes séries. L'incertitude absolue peut atteindre le millième de millimètre. La figure 1.6 montre un centre d'usinage avec sa commande qui permet d'exécuter les opérations de tournage et de fraisage.

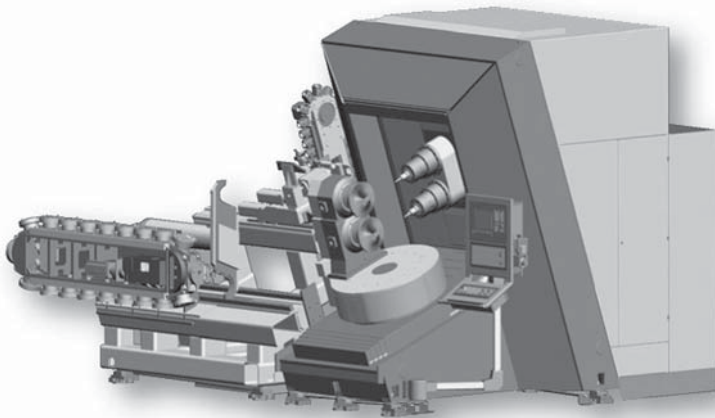


Figure 1.6 Centre d'usinage à 4 têtes d'outils.

Le **soudage** qui consiste à déposer un matériau liquide de liaison entre deux éléments « froids » est souvent délicat à pratiquer à cause des contraintes résiduelles qui naissent au refroidissement par dilatations différentielles. Il est très utilisé en construction automobile où la soudure « par points » est pratiquée par des robots.

D'autres procédés d'assemblage sont largement utilisés : le boulonnage, le rivetage, le clinchage, le clavetage, le frettage, le collage...

1.5 CALCULS DE PRÉDIMENSIONNEMENT

L'objet étant grossièrement dessiné pour répondre aux spécifications d'usage, il y a lieu de déterminer les quantités de matière nécessaires et suffisantes pour assurer la résistance aux efforts imposés par l'usage. Comme l'optimisation mathématique rigoureuse par minimisation du poids ou du coût par rapport aux dimensions avec contraintes mathématiques de résistance n'est possible que pour quelques cas sans intérêt, il faut jouer avec « les règles de l'art ».

Les **règles de l'art**, c'est déjà savoir à quoi résister et pendant combien de temps ? Dans un premier temps, il suffit souvent de s'assurer que la limite d'élasticité ou la limite de fatigue, définies aux chapitres 2 et 6 n'est atteinte, compte tenu du coefficient de sécurité, en aucun point de la structure.

Les **règles de l'art**, c'est aussi choisir la méthode de calcul la plus simple et la plus efficace possible. La théorie de l'élasticité des chapitres 2 et 4 suffira généralement, les analyses unidimensionnelle du chapitre 3 associées à la notion de concentration de contrainte du chapitre 5 pourront également suffire. Malgré tout, certains cas de pièces complexes nécessitent les analyses bidimensionnelles du chapitre 5.

1.6 CALCULS DE VÉRIFICATION

Là, on raffine ! Il s'agit de traquer tous les détails pour assurer la sécurité maximale tout en effectuant des modifications mineures de la géométrie afin d'optimiser « au mieux » par rapport au poids et au coût.

La méthode des éléments finis décrite au chapitre 7, instrument des grands logiciels du commerce, est l'outil généralement utilisé pour calculer les contraintes tridimensionnelles en tout point de la structure, en élasticité et, si besoin, en élasto-plasticité dans les régions les plus sollicitées tel que décrit aussi au chapitre 7. Elles sont utilisées pour vérifier les conditions de « non ruine » liées à l'endommagement, à la fatigue, à la fissuration et à la rupture du chapitre 9. Alors interviennent les calculs de vibration et éventuellement d'instabilité de flambage des chapitres 8 et 10. La figure 1.7 montre le découpage en « éléments finis » d'une pièce complexe où, dans chaque maille, les équations de la mécanique des milieux continus sont résolues grâce à une hypothèse sur le champ de déplacement.

Souvent des modifications interviennent, avant ou après la mise en service, qui obligent à revoir les calculs, voire la conception. Par exemple, des données sur les matériaux peuvent demander un long délai si de nouvelles expériences sont nécessaires, le marketing peut demander une nouvelle fonction au dernier moment !

Recaler un calcul consiste à opérer un petit changement au niveau des données ou d'une routine dans un logiciel sans pour autant tout reprendre. Cela implique une bonne gestion et un bon archivage du travail informatique et des bases de données performantes permettant de décrire tout le cycle de vie et l'évolution du produit.

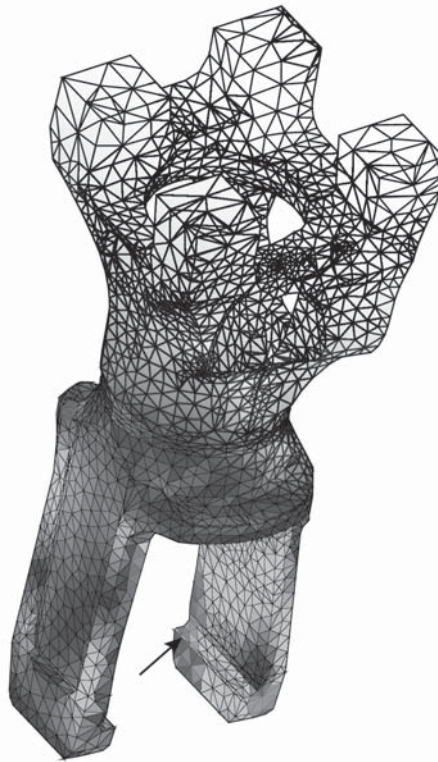


Figure 1.7 Exemple de maillage et de résultat d'un calcul par éléments finis réalisé sur un rotor d'hélicoptère (la zone désignée par la flèche est la plus sollicitée).

1.7 PROTOTYPES

La sécurité, les garanties à donner et la conscience professionnelle imposent encore de tester l'appareil conçu dans les conditions réelles d'utilisation par fabrication d'un prototype matériel ou virtuel. Bien entendu la simulation numérique sur modèle virtuel, plus rapide et moins coûteuse, tend à remplacer tout ou partie des essais matériels.

La **certification expérimentale** consiste à vérifier sur une pièce réelle ou un prototype s'il est bien apte à supporter les chargements estimés pendant le temps prévu et ce, avec une marge de sécurité supposée garantir les aléas. Par exemple le timbrage des appareils à pression, imposé par les règlements, consiste à leur faire subir une montée en pression jusqu'à une valeur largement supérieure à la pression de service.

Dans le domaine aéronautique civil, la certification expérimentale est fondamentale. La figure 1.8 montre une photographie prise lors d'un essai statique de flexion