Petite histoire des mathématiques

Jean-Pierre Escofier

Petite histoire des mathématiques

DUNOD

Illustration de couverture :
Les Ambassadeurs, Hans Holbein le Jeune (1533)
Illustration de l'intérieur :
Rachid Maraï

© Dunod, 2016
5 rue Laromiguière, 75005 Paris
www.dunod.com
ISBN 978-2-10-074706-1

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).
Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

Prologue **1**

1. Débuts 5

La préhistoire 5
Systèmes de numération 6
Sciences cognitives 7
Le système sumérien de numération 8
Approximation de $\sqrt{2}$ 10
Plimpton 322 11

2. La Grèce antique **15**

Thalès vers –600 15
Pythagore, irrationalité de $\sqrt{2}$ 16
Les lunules d'Hippocrate 17
Platon, Aristote, Eudoxe 17
Alexandre, Alexandrie 19
Les Éléments d'Euclide 20
Première mesure de la Terre 26
Archimède (–287 à –212) 27
D'autres mathématiciens grecs 30

3. Années 600 à 1400 **34**

Le développement de la civilisation arabe 34
Al Khwarizmi (vers 790-840/850) 35
Omar Khayyam (1048-1131) 37
D'autres mathématiciens du monde arabe 39
Mathématiques indiennes 40
Mathématiques chinoises 41
Léonard de Pise (vers 1170-après 1240) 43

4. À l'époque de la Renaissance, en Italie et en France **45**
Représentation en perspective 45
Nicolas Chuquet (1445 ?-1488) 49
Jacques Peletier du Mans (1517-1582) 50
Équation du troisième degré et introduction des nombres complexes 51
François Viète (1540-1603) 54

5. Le XVIIe siècle **56**
Galilée (1564-1642) 56
Johann Kepler (1571-1630) 58
Invention des logarithmes et calcul de tables 60
Autour de Marin Mersenne (1588-1648) 62
Girard Desargues (1591-1661) 63
Pierre de Fermat (1607 ?-1665) 65
René Descartes (1596-1650) 68
Blaise Pascal (1623-1662) 71
Mesure de la Terre de Jean Picard (1620-1682) et ses conséquences 75
Isaac Newton (1643-1727) 77
Gottfried von Leibniz (1646-1716) 81

6. Le XVIIIe siècle **85**
Leonhard Euler (1707-1783) 85
Alexis Clairaut (1713-1765) 90
Jean Le Rond d'Alembert (1717-1783) 90
Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) 93

7. En France, autour de la Révolution **96**
Condorcet (1743-1794) 96
Gaspard Monge (1746-1818) 97
Pierre-Simon Laplace (1749-1827) 99
Adrien-Marie Legendre (1752-1833) 100
La période révolutionnaire en France 101
Condorcet 102
Lagrange 103

Monge 104
Laplace 106
Legendre 107
Joseph Fourier (1768-1830) 108

8. Le XIXe siècle 110

Carl Friedrich Gauss (1777-1855) 110
Sophie Germain (1776-1831) 113
Augustin Cauchy (1789-1857) 114
Niels Abel (1802-1829) 116
Évariste Galois (1811-1832) 118
Peter Lejeune-Dirichlet (1805-1859) 121
Carl Jacobi (1804-1851) 122
La géométrie pure : Michel Chasles (1793-1880) et Jean-Victor Poncelet (1788-1867) 123
Nikolai Ivanovitch Lobatchevski (1792-1856) 126
William Rowan Hamilton (1805-1865) et les quaternions 128
Bernhard Riemann (1826-1866) 130
Camille Jordan (1838-1922) 132
Karl Weierstrass (1815-1897) 132
Sophie Kovalevski (1850-1891) 133
Georg Cantor (1845-1918) 135

9. Autour de 1900 : Poincaré et Hilbert 137

Henri Poincaré (1854-1912) 137
David Hilbert (1862-1943) 143
Les 23 problèmes de Hilbert 146

10. Première moitié du XXe siècle 149

Jacques Hadamard (1865-1963) 149
Henri Lebesgue (1875-1941) 151
Srinivasa Ramanujan (1887-1920) 152
Bush et la guerre 153
John Von Neumann (1903-1957) 154

11. Autour des années 1950-1970 **157**

Nicolas Bourbaki (né en 1934) 157
L'école russe autour d'Andrei Kolmogorov (1903-1987) 159
André Weil (1906-1998) 161
Henri Cartan (1904-2008) 162
Jean Leray (1906-1998) 163
Laurent Schwartz (1915-2002) 164
Alexander Grothendieck (1928-2014) 165
Jean-Pierre Serre (né en 1926) 169
Jacques-Louis Lions (1928-2001) 170

12. Mathématiques récentes **174**

Alain Connes (né en 1947) 174
William Thurston (1946-2012) 175
Jean-Christophe Yoccoz (né en 1957) 176
Cédric Villani (né en 1973) 177
Manjul Bhargava (né en 1974) 178
Maryam Mirzakhani (née en 1977) 179

13. Quelques sujets actuels **182**

Cryptographie et codes correcteurs 182
Météorologie 185
D'autres domaines de recherche 187
Ordinateurs et mathématiques 190
Femmes et mathématiques 193
Médailles Fields 195
Les problèmes de la fondation Clay 197

Épilogue **199**

Sur la vulgarisation des mathématiques 199
Petite conclusion 200

Indications bibliographiques **203**

Index des noms de personnes **209**

Prologue

Voici une petite histoire des mathématiques écrite, du moins je l'espère, pour le plaisir de ceux et celles qui vont la lire, qu'ils ou elles les enseignent (en collège, en lycée…), les étudient ou désirent simplement en connaître un peu plus à leur sujet. Elle amplifie l'histoire écrite en 2008 dans la collection Topos chez le même éditeur. Les mathématiques forment un monde un peu à part ; donner une idée de leurs résultats avec des mots simples et des images plus ou moins suggestives est plus difficile que pour d'autres sciences et il faut du temps ; un détour par leur histoire vaut parfois le voyage.

Les mathématiques se sont construites comme science bien avant toutes les autres, des millénaires contre quelques centaines d'années. Leurs résultats, même les plus anciens, sont toujours valables et, une fois établis par un cerveau, tout le monde peut les comprendre et les utiliser. Depuis toujours, elles s'occupent d'applications concrètes, elles étudient et généralisent les questions qui leur sont posées par la *Nature*, depuis toujours, elles approfondissent les questions internes qu'elles se découvrent ; depuis toujours, les réflexions les plus profondes et les moins susceptibles apparemment d'applications se révèlent porteuses de développements scientifiques féconds et permettent de mieux connaître notre monde. Les mathématicien(ne)s éprouvent un plaisir immense à leurs recherches, à jouir fortement de leurs découvertes et c'est le plus souvent pour l'éprouver qu'ils consacrent tant de temps aux mathématiques. Ce plaisir est souvent difficile à imaginer pour qui n'est pas de leur monde, mais il

n'est pas vraiment différent du plaisir de tous ceux et de toutes celles qui ont la chance de faire ce qui les intéresse et de pouvoir découvrir, construire, comprendre ou inventer des choses nouvelles. *Procreare jucundum*, *Créer est un plaisir*, disait Gauss, qui *peut durer plusieurs heures, voire plusieurs jours*, ajouta Weil.

Depuis les années 1950-1960 (voir p. 193) les femmes ont commencé à participer aux mathématiques d'aujourd'hui. Mais elles sont toujours bien moins nombreuses que les hommes, pour différentes raisons. Il ne faut pas oublier que leur possibilité d'accéder aux études scientifiques date tout au plus d'une centaine d'années.

Parler de l'histoire des mathématiques, c'est parler des mathématiques, mais j'aime bien donner des éléments d'ordre biographique, des anecdotes, etc. J'aurais aimé rester au niveau des connaissances mathématiques des collèges et des lycées pour que ce livre soit accessible au plus grand nombre, mais il m'aurait été difficile de donner une idée de ce que sont les mathématiques aujourd'hui. J'ai donc donné plus d'informations pour les années avant 1650 où les techniques sont relativement simples et des coups de projecteurs sur l'immense activité des siècles suivants en tentant de donner une légère idée de quelques résultats ; si une formule ou un passage vous rebute, sautez-les !

Mon intérêt très ancien pour l'histoire des mathématiques s'est appuyé sur les travaux extrêmement nombreux et variés entrepris depuis la fin des années 1970 dans les IREM (Instituts de recherche sur l'enseignement des mathématiques, imaginés par l'association des professeurs de mathématiques en 1966, créés par Edgar Faure en 1968, imités partout dans le monde, mais aux moyens limités dans notre pays !). J'aimerais citer et remercier particulièrement :

– la commission Inter-IREM d'histoire et d'épistémologie des mathématiques, longtemps animée et présidée par Évelyne Barbin et maintenant par Dominique Tournès, qui regroupe plus d'une centaine de membres de la France entière, passionnés et dont les publications régulières depuis plus de trente ans forment un bel ensemble ;

– mes collègues Gérard Hamon, Loïc Le Corre et Pascal Quinton (décédé en 2013) avec qui j'ai travaillé en harmonie à Rennes pendant de longues années et qui m'ont toujours beaucoup aidé.

Je me souviens aussi du travail pionnier de Jean-Louis Ovaërt et Jean-Luc Verley qui ont dirigé les articles mathématiques de l'*Encyclopædia Universalis* et laissé inachevé un grand projet de livres mêlant histoire et mathématiques dont deux seulement furent publiés[1].

J'ai une pensée pour tous les étudiant(e)s (futurs enseignant(e)s de mathématiques pour une bonne part) et enseignant(e)s de l'Académie de Rennes qui m'ont exprimé leur intérêt pour ce que je leur raconte (ce que personne d'autre ne fait, disent-ils souvent), pour l'éclairage que cela leur donne sur les mathématiques. C'est à eux que je dédie ce petit livre.

Mes remerciements vont également à Stéphane Leborgne et Simonne Peter qui ont bien voulu relire la version 2008 de ce livre et à Anne Bourguignon des éditions Dunod avec laquelle les discussions sont toujours agréables et fructueuses.

1. Voir [**OVA-VER-Alg**], [**OVA-VER-An**].

1
Débuts

On peut tenter d'appréhender les connaissances mathématiques de nos ancêtres de la préhistoire en étudiant les objets ou les peintures qu'ils nous ont laissés et les peuples autochtones actuels. Grâce aux fulgurants progrès des sciences cognitives durant ces dernières années, on commence aussi à comprendre ce qui se passe exactement au niveau des neurones de notre cerveau quand on pense à des notions mathématiques très simples. Les grands débuts des mathématiques, à Sumer, dans le sud de l'Irak actuel, aboutissent à la première explosion des mathématiques autour de Babylone, il y a 4000 ans.

La préhistoire

Que nous reste-t-il des temps préhistoriques ? Des squelettes, des pierres taillées en grand nombre, quelques grottes aux peintures admirables, des os entaillés, etc. On en retrouve de nouveaux régulièrement. Comment parler de *mathématiques* pour cette période reculée ? C'est ce qu'a tenté de faire Olivier Keller[1]. En étudiant, par exemple, l'évolution du travail de la pierre, du simple éclat obtenu en frappant le galet en son milieu d'il y a 2,5 millions d'années aux sculptures sur pierre ou sur os qui apparaissent il y a plus de 30 000 ans, puis aux outils de grande finesse de la fin du néolithique, il observe une appréhension de plus en plus poussée des plans et des volumes.

---

1. Voir [**KEL1**], [**KEL2**].

Systèmes de numération

Les premières mathématiques sont aussi liées à la formation de l'idée de nombre, en observant des ensembles de personnes, d'animaux… Des comparaisons d'Olivier Keller entre des systèmes de dénomination des nombres entiers petits sont évocatrices de ce qu'a pu être une évolution de systèmes primitifs de base 5 (doigts-main) vers un système à base 10 (mains-pieds) ou à base 20 (mains-pieds-personnes, par exemple) où les nombres 1, 2, 3, 4 ont des dénominations particulières[2]. Les Zunis, par exemple, qui vivent au nord du Nouveau Mexique, n'ont pas de nom spécial pour les petits nombres et ne peuvent pas aller facilement au-delà de 10 : 1 = pris pour commencer, 2 = levé avec le précédent, 3 = le doigt qui divise également, 4 = tous les doigts levés sauf un, 5 = l'entaillé, 10 = tous les doigts ; alors que des Indiens du Paraguay peuvent aller jusqu'à 20 sans difficulté, ayant des mots spéciaux pour 1 et 2, puis 5 = une main, 6 = un autre ajouté, 10 = tous les doigts, 11= arrivé au pied, un, 20 = fini les pieds ; un système plus évolué se rencontre chez les Tamanac du Venezuela avec des mots spéciaux pour les nombres de 1 a 4, 5 = une main entière, 10 = les deux mains, 11 = un du pied, 15 = tout un pied, 20 = un Indien, ensuite on va chercher un copain, ce qui conduit à la base 20. Certains ne vont pas beaucoup plus loin : il n'y aurait rien à compter avec ; des Papous vont jusqu'à 500 en base 20, avec des noms de plus en plus longs. Notons des curiosités : les Yukis, un peuple indien de Californie dont il ne reste que peu de représentants, comptaient avec les espaces entre les doigts, dans un système de base 8 ; des Népalais, des Africains comptent en base 12.

1. Pour compter des objets en base 5, on forme des paquets de 5, des paquets de 5 paquets de 5 objets, etc., comme, quand nous comptons en base 10, nous formons des paquets de 10, de $10 \times 10 = 100$, de $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$, etc., objets.

Les compétences numériques des Mundurukus

Les Mundurukus, membres d'une tribu amazonienne du Brésil étudiée récemment par Pierre Pica (né en 1951) et d'autres, ont un système de numération minimal. Ils comptent jusqu'à 4 ou 5 plus ou moins approximativement et soustraire 4 de 6 n'a pas vraiment de sens pour eux. Cependant, les enfants mundurukus et américains ont les mêmes résultats aux tests de comparaison de nombres de points (plusieurs dizaines) dans des images ou aux tests de géométrie. À partir des compétences qui seraient en chacun de nous, les Mundurukus auraient développé une appréhension de la *numérosité*, comme s'ils ne pensaient qu'en dizaine, quinzaine, vingtaine, mais n'avaient pas le minimum d'outils de langage pour calculer exactement.

Sciences cognitives

Avant 1990, les sciences cognitives travaillaient avec des tests variés. On demandait, par exemple, à des personnes d'appuyer sur un bouton ou un autre suivant que le nombre qu'on leur proposait était inférieur ou supérieur à 65 : le temps de réponse augmentait nettement quand on proposait des nombres proches de 65.

En 1990, l'imagerie par résonance magnétique fonctionnelle est mise au point. Complétée par des techniques plus anciennes, l'électro- et la magnétoencéphalographie, elle permet d'observer, de manière non invasive, par le traitement (les mathématiques sont ici essentielles) de variations très faibles de signaux, l'activité de neurones dans les différentes zones du cerveau. Les livres fascinants de Stanislas Dehaene font le point sur les résultats fournis par ces méthodes[3]. On y apprend que les neurones des flans du sillon intrapariétal du cerveau sont activés lors de toute activité où l'arithmétique intervient. Cela est vrai pour tout être humain, quelle que soit sa culture et cette localisation se retrouve chez les mammifères, particulièrement les chimpanzés et les bonobos. Dans le cerveau d'un être humain naissant, des

3. Voir [**DEH-Bos**] et [**DEH-Cod**].

neurones sont spécialisés pour le nombre 1, d'autres pour le nombre 2, d'autres pour le nombre 3. Très tôt, les bébés ont le sens de ces petits nombres ; ils savent aussi distinguer des séries de 4 et de 12 éléments. On sait aussi que des neurones actifs quand on parle de nombres plus grands (ou plus petits) sont aussi actifs quand on tourne les yeux à droite (ou à gauche). Les sciences cognitives sont aujourd'hui en plein développement. Pour le moment, on ne peut encore dire comment le cerveau appréhende les mathématiques et on n'imagine pas exactement ce dont sont capables nos près de cent milliards de neurones et toutes les connexions établies entre eux par les synapses. Le cerveau est d'une grande plasticité et des synapses se mettent sans cesse en place, particulièrement quand on répète le même type d'exercice régulièrement. Si vous voulez être bon en mathématiques, entraînez-vous tous les jours, ça paiera !

Le système sumérien de numération

La civilisation sumérienne qui se développe au troisième millénaire avant notre ère a produit des œuvres merveilleuses, aussi bien littéraires qu'artistiques. Les Sumériens écrivaient avec un *calame* (tige de roseau), dont l'extrémité était taillée, sur des tablettes d'argile fraîche qu'ils faisaient ensuite sécher au soleil et qui nous sont parvenues telles qu'elles avaient été écrites ou recopiées.

Les toutes premières tablettes[4], datées de –3300, marquent une étape cruciale de la naissance de l'écriture. L'étape précédente est celle des bulles-enveloppes, petites sphères d'argile dans lesquelles on plaçait des jetons et sur lesquelles on inscrivait quelques signes pour garder la trace d'un accord ; les premiers coups de génie ont été de supprimer les jetons, d'aplatir les bulles et de développer l'écriture. Les bulles-enveloppes comme les premières tablettes donnent des décomptes de bovins, béliers, brebis, agneaux et agnelles, etc. La naissance de l'écriture est ainsi liée à l'écriture de nombres ; elle ne note d'abord que quelques mots.

4. Voir [**FMPH-VI**].

Les différents systèmes de mesure propres à chaque ville et à chaque domaine de mesure sont unifiés par le premier empire akkadien vers –2200, –2100 ; un système de numération en base 60 s'impose, réduit à deux signes qui suffisaient pour tout écrire, l'un en forme de clou, l'autre de chevron, obtenus en appuyant différemment avec le calame sur la tablette. Le clou vaut donc 1 ou, plus généralement, 60^k, le chevron vaut 10 ou, plus généralement, 10×60^k, sans que rien ne permette souvent de connaître l'ordre de grandeur[5].

Le clou et le chevron des Sumériens.

Écriture des nombres

Pour écrire 56, on écrira 5 chevrons suivis de 6 clous (les chevrons sont emboîtés, les clous regroupés par 3 si besoin). Pour écrire $6\,975 = 3\,600 + 56 \times 60 + 15$, on écrit un clou, puis 56, puis 15 (un chevron et 5 clous). Pour écrire $3\,615 = 3\,600 + 15$, on écrit un clou, puis 15 ; pour marquer l'absence de soixantaines, le scribe laisse parfois un espace entre le clou et 15, parfois non ; il faut deviner. Ce n'est que bien plus tard, vers –300, qu'apparaît dans des tablettes une notation de séparation jouant le rôle de notre zéro comme dans l'écriture de 2 016.

Les Babyloniens, des sémites, dominent le Moyen-Orient à partir de la fin du troisième millénaire, assimilant la culture des Sumériens. Les années –2000 à –1600 sont un âge d'or pour les mathématiques. Plusieurs centaines de tablettes retrouvées dans les fouilles en témoignent.

5. Nous retrouverons à plusieurs reprises cette notation avec exposant : k est un entier et a^k, qui se lit a puissance k, signifie a multiplié k fois par lui-même : a^2 est le carré de a, a^3 son cube ; on a $60^1 = 60$, $60^2 = 60 \times 60 = 3\,600$, $60^3 = 60 \times 60 \times 60 = 216\,000$, $60^{-1} = 1/60$, $60^{-2} = 1/3\,600$, etc.