

Analyse des séries temporelles

Analyse des séries temporelles

Applications à l'économie et à la gestion

Cours et exercices corrigés

Régis Bourbonnais

Michel Terraza

4^e édition

DUNOD

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du

Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, 2016

11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff

www.dunod.com

ISBN 978-2-10-074536-4

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

Introduction	1
Partie I L'analyse classique des séries chronologiques	3
1. L'analyse de la saisonnalité	7
I. La détection de la saisonnalité	7
A. La représentation graphique et le tableau de Buys-Ballot	7
B. Analyse de la variance et test de Fisher	9
C. La fonction d'autocorrélation	13
D. Le spectre	17
II. La sélection du schéma	18
A. La procédure de la bande	18
B. Le test de Buys-Ballot	19
III. Les méthodes de désaisonnalisation	20
A. Le principe de la conservation des aires	20
B. Cas d'une saisonnalité rigide	21
C. Cas d'une saisonnalité souple	37
2. Prévision d'une série chronologique	43
I. Prévision d'une chronique non saisonnière	43
A. Tests de détection d'une tendance	44
B. Analyse par régression	46
C. Le lissage exponentiel	49
II. Prévision d'une chronique saisonnière	65
A. Analyse par régression	66
B. Utilisation des coefficients saisonniers	66
C. Prévision par lissage exponentiel de Holt-Winters	71

Partie II	Traitement des séries temporelles, réalisations de processus aléatoires	77
3.	Processus aléatoires stationnaires et processus ARMA	81
I.	Définition d'un processus stochastique	81
II.	Les processus stationnaires	82
	A. Définition d'un processus stationnaire au sens strict : la stationnarité forte	82
	B. La stationnarité d'ordre deux des processus : la stationnarité faible	83
	C. Le processus Bruit Blanc (<i>White Noise</i>)	83
	D. L'ergodicité	84
III.	La fonction d'autocorrélation et la fonction d'autocorrélation partielle	85
	A. La fonction d'autocorrélation	85
	B. La fonction d'autocorrélation partielle	87
	C. Analyse des fonctions d'autocorrélation	89
IV.	La classe des processus aléatoires ARMA linéaires et stationnaires	94
	A. Le théorème de décomposition de Wold	94
	B. Propriétés de l'opérateur retard	96
	C. Définition des processus ARMA	97
	D. La stationnarité et l'inversibilité des processus	100
	E. Les processus ARMA saisonniers	105
	F. Les processus ARMA non saisonniers et saisonniers à la fois	106
4.	Les processus aléatoires dans le domaine des fréquences	115
I.	Filtrage linéaire d'un processus aléatoire	115
	A. Définitions	115
	B. La fonction de réponse impulsionnelle et la fonction de réponse en fréquence du filtre	116
	C. Fonction de transfert, fonction de gain et fonction de phase du filtre	119
	D. Exemples de filtres linéaires	121
II.	Le spectre d'un processus aléatoire	130
	A. Les théorèmes de représentation	130
	B. Le spectre d'une série temporelle filtrée	132
	C. Le spectre d'une chronique ou l'estimateur spectral	133
	D. La lecture d'un spectre	137
	E. L'analyse spectrale évolutive et les ondelettes	141
	F. Le spectre d'un processus ARMA	144

5. Les processus aléatoires non stationnaires	153
I. Description des processus TS et DS	154
A. Les processus TS	154
B. Les processus DS	154
C. Conséquences d'une mauvaise stationnarisation du processus	157
II. Tests de racines unitaires non saisonnières	162
A. Les tests de Dickey-Fuller simples	163
B. Les tests de Dickey et Fuller augmentés	169
C. Le test de Phillips et Perron	178
D. Le test de Dickey et Pantula (1987)	179
E. Le test KPSS (1992)	180
F. Le test de Elliot, Rothenberg et Stock (1996)	181
G. Le test Ng-Perron (2001)	182
III. Tests de racines unitaires saisonnières	191
A. Les modèles de base	192
B. Le test de Hylleberg, Engle, Granger et Yoo (HEGY)	193
C. Le test de Franses	194
IV. Les processus ARIMA	198
A. Les processus ARIMA non saisonniers	198
B. Les processus ARIMA purement saisonniers (modèles SARIMA)	199
C. Les processus ARIMA non saisonniers et saisonniers à la fois	200
6. L'identification des processus ARMA	205
I. Les caractéristiques des processus $AR(p)$	206
A. Caractéristiques de la FAC d'un $AR(p)$	206
B. Caractéristique de la FAP d'un $AR(p)$	207
C. Exemple d'application	209
II. Les caractéristiques des processus $MA(q)$	211
A. Caractéristiques de la FAC d'un $MA(q)$	212
B. Caractéristiques de la FAP d'un $MA(q)$	213
III. Les caractéristiques des processus $ARMA(p, q)$	215
A. Caractéristiques de la FAC d'un $ARMA(p, q)$	216
B. Caractéristiques de la FAP d'un $ARMA(p, q)$	217
C. Synthèse	219
IV. Simulations et exercices	220
A. Limite à l'utilisation des fonctions d'autocorrélation	220
B. Exercices	221
V. La pratique de l'identification des processus	227
A. La fonction d'autocorrélation inverse et la fonction d'autocorrélation partielle inverse	227
B. La fonction d'autocorrélation étendue	231
C. Les autres méthodes d'identification	237

7. L'estimation, les tests de validation et la prévision des processus ARMA	239
I. Le problème de l'estimation	239
A. Détermination et estimation de la vraisemblance des processus ARMA	240
B. Les méthodes d'estimation	241
II. Les tests de validation	243
A. L'analyse des racines	243
B. Le test de Student des paramètres	243
C. Le coefficient de détermination	244
D. Les tests sur les résidus de bruit blanc normal	244
E. Les critères de comparaison de modèles	252
III. La prévision	255
A. Les transformations de départ	255
B. Calcul du prédicteur	256
IV. Synthèse de la procédure et exercices d'application	260
8. Processus à mémoires longues et processus non linéaires	281
I. Processus ARFIMA et processus chaotiques	281
A. Les processus ARFIMA	282
B. Les processus chaotiques	293
II. Les modèles ARCH : présentation générale	299
A. Modèle de régression de type ARCH	301
B. Test d'un modèle de type ARCH	304
C. Procédure d'estimation et prévision	305
D. Processus de type GARCH	310
E. Autres processus : variantes des processus ARCH	314
Étude cas récapitulative	321
I. Analyse de la saisonnalité	321
A. Tableau de Buys-Ballot	321
B. Variables dichomatiques	323
C. Analyse spectrale	323
II. Prévision par lissage	324
A. Lissage double	324
B. Modèle de Holt	325

III. Prévision par la méthodologie de Box-Jenkins	326
A. Analyse des propriétés stochastiques	326
B. Recherche de la représentation ARIMA	330
IV. Comparaison des méthodes de prévision	334
Liste des exercices	337
Tables statistiques	341
Bibliographie	345
Index	353

Introduction

Dans la précédente édition de cet ouvrage, nous avons rendu hommage aux deux prix Nobel d'Économie de 2003, l'Américain Robert F. Engle et le Britannique Clive W. J. Granger pour leurs travaux sur les méthodes économétriques des séries temporelles et les processus aléatoires. Ces travaux sont en partie la source de ce manuel que nous proposons.

Depuis 2003, d'autres auteurs ont obtenu le prix Nobel d'Économie pour leur recherche en économétrie : E. Prescott en 2004, C. A. Sims en 2011 et E. G. Fama en 2013. A l'évidence, il existe un développement sans précédent des méthodes économétriques traitant des phénomènes aléatoires générateurs de chronique. Ces méthodes sont devenues incontournables pour modéliser la structure des séries financières, les ventes et le chiffre d'affaires d'une entreprise ou encore des séries macro-économiques.

Cette quatrième édition reprend le plan de la précédente en intégrant, avec toujours le même souci pédagogique du concret, quelques éléments sur la décomposition dans le domaine des fréquences (chapitre 4) et une étude de cas récapitulative en fin d'ouvrage.

Ce livre, qui ne traite que du cas univarié, est donc présenté en deux parties.

La partie I traite des méthodes standard de traitement des séries temporelles (méthodes de désaisonnalisation et lissage exponentiel).

Dans la partie II, la chronique est considérée comme un échantillon d'un processus aléatoire univarié ; dans cette partie sont présentés les modèles ARMA stationnaires, l'analyse spectrale, puis les problèmes de la non stationnarité des chroniques (tests de racine unitaire). L'estimation et la validation des processus ARIMA, qui fondent l'algorithme de Box et Jenkins, sont ensuite abordées. Enfin, les modèles non linéaires (ARFIMA, ARCH...) sont traités dans un dernier chapitre.

Ce livre fait appel à des notions d'économétrie¹ et de statistique d'un niveau de première année de Master en sciences économiques, Gestion ou Mathématiques de la Décision. Les exposés théoriques sont illustrés par des exemples et des exercices qui permettent au lecteur de se familiariser de manière concrète à la pratique du traitement des séries chronologiques.

Nous avons voulu, par une alternance systématique de cours et d'exercices, répondre à un besoin pédagogique qui est de mettre rapidement en pratique les connaissances théoriques et ainsi, d'utiliser de manière opérationnelle les acquis du cours. De surcroît, le recours à des logiciels, lors de la résolution des exercices, permet une découverte de ces outils et donne une dimension pratique que recherchent l'étudiant et le praticien. Ce manuel constitue un livre d'apprentissage facilement accessible ; c'est pourquoi les démonstrations les plus complexes font l'objet de renvois à une bibliographie plus spécialisée.

Afin que le lecteur puisse lui-même refaire les exercices, les données utilisées (sous format Excel et Eviews) ainsi que les programmes de traitement « Batch » de Eviews sont disponibles par téléchargement sur le serveur web :

<http://regisbourbonnais.dauphine.fr>

Ce livre s'adresse en premier lieu aux étudiants (sciences économiques, gestion, mathématiques, écoles de commerce et écoles d'ingénieurs...) dont la formation requiert une connaissance dans le domaine de l'économétrie des séries temporelles. Gageons qu'il sera un support de cours indispensable et un allié précieux pour préparer les séances de travaux dirigés.

Enfin, nous exprimons toute notre gratitude à toutes les personnes – collègues et étudiants – qui ont eu la gentillesse de nous faire des commentaires et dont les conseils et les suggestions contribuent à la qualité pédagogique de ce livre. Nous restons, bien entendu, les seuls responsables des erreurs qui subsisteraient².

1. Nous recommandons au lecteur souhaitant se familiariser avec l'économétrie et désirant faire quelques exercices d'applications la lecture de Bourbonnais R., *Économétrie : cours et exercices corrigés*, Dunod, 9^e éd., 2015.

2. Les lecteurs souhaitant faire des remarques et des commentaires peuvent nous contacter.
Régis Bourbonnais : regis.bourbonnais@dauphine.fr
Michel Terraza : mterraza@lameta.univ-montp1.fr

Partie I

L'analyse classique des séries chronologiques

Une série temporelle ou encore chronique est une succession d'observations au cours du temps représentant un phénomène économique (prix, ventes...) ; par hypothèse, le pas du temps des observations est considéré constant : l'heure, le jour, le mois, le trimestre, l'année. Nous supposons également que la chronique ne contient ni observations manquantes, ni valeurs aberrantes ou accidentelles sur toute la période d'observation. Si tel est le cas une correction des données est réalisée en utilisant la méthode de l'extrapolation linéaire, la prévision de la (ou des) valeurs en cause ou encore l'intuition du modélisateur. La valeur courante en t de la chronique est notée x_t , où t le temps est compris entre 1 et n avec n le nombre total d'observations de la chronique. On appelle h le nombre de points ou de valeurs à prévoir de la chronique. La prévision de la série temporelle – de $(n + 1)$ à $(n + h)$ connaissant l'historique de x_1 à x_n – porte le nom d'horizon de la prévision.

Il est toujours utile, en première analyse, de représenter l'évolution temporelle d'un phénomène à l'aide d'un graphique ayant en ordonnée la valeur du phénomène économique x_t et en abscisse le temps t . Comme le temps est discret, le graphique obtenu est un diagramme en bâtons. Par tradition, on retient le polygone des fréquences de la représentation nommé : profil temporel de la chronique.

Les techniques traditionnelles de traitement des chroniques procèdent par décomposition puis reconstitution de la chronique pour effectuer la prévision. Cette approche suppose que la structure de la chronique peut être décomposée en éléments simples (modélisables), et donc plus facilement prévisibles, pour ensuite être reconstituée pour donner la prévision de la chronique.

Les premières études sur les chroniques ont amené à considérer de façon standard quatre grandes composantes :

- la tendance ou « *trend* » notée T_t , censée décrire le mouvement de long terme, de fond ou encore structurel du phénomène. Ce mouvement est traditionnellement représenté par des formes analytiques simples : polynomiales, logarithmiques, exponentielles, cycliques, logistiques. C'est ainsi qu'en économie la tendance contient des cycles longs de Kondratieff (cycle apériodique de 40 à 60 ans), de Kuznets (20 ans), des cycles de Juglar (cycle de crise de 10 ans)... ;
- la composante cyclique notée C_t . En conjoncture, elle est représentée par le cycle de Kitchin d'une période de 3 à 5 ans. Dans la plupart des travaux sur les séries temporelles, la tendance et le cycle sont regroupés en une seule composante appelée l'extra-saisonnier E_t ;
- la composante saisonnière notée S_t : composante cyclique relativement régulière de période intra-annuelle et qui correspond souvent à des phénomènes de mode, de coutume, de climat... ;
- la composante résiduelle notée R_t . Elle rassemble tout ce que les autres composantes n'ont pu expliquer du phénomène observé. Elle contient donc de nombreuses fluctuations, en particulier accidentelles, dont le caractère est exceptionnel et imprévisible (catastrophes naturelles, grèves, guerres...). Comme par hypothèse ce type d'événement est censé être corrigé, le résidu présente – en général – une allure aléatoire plus ou moins stable autour de sa moyenne.

Remarquons que ces différentes composantes s'entendent pour des séries économiques, le plus souvent, mensuelles ou trimestrielles liées à la conjoncture. Dans le domaine de l'entreprise, les composantes sont conservées mais les périodicités sont parfois différentes (hebdomadaire par exemple).

La technique de décomposition- reconstitution repose, bien évidemment, sur un modèle qui l'autorise. Ce modèle porte le nom de schéma de décomposition. Il en existe essentiellement trois grands types :

- le schéma additif qui suppose l'orthogonalité (indépendance) des différentes composantes. Il s'écrit : $x_t = E_t + S_t + R_t$. Dans ce schéma, la saisonnalité est rigide en amplitude et en période ;
- le schéma multiplicatif : $x_t = E_t \times S_t + R_t$, dans lequel la composante saisonnière est liée à l'extra-saisonnier (saisonnalité souple avec variation de l'amplitude au cours du temps) ;

- le schéma multiplicatif complet : $x_t = E_t \times S_t \times R_t$ (interaction générale des trois composantes). Il est actuellement le plus utilisé en économie. Il est commode puisque le logarithme de la chronique conduit au schéma additif.

En définitive, dans ces méthodes traditionnelles, deux questions sont importantes : l'existence d'une saisonnalité et le type de schéma à retenir ; elles constituent le chapitre 1 de cette partie. Nous examinons par la suite (chapitre 2) les techniques de prévision.

1. L'analyse de la saisonnalité

L'étude de la saisonnalité est un préalable au traitement d'une série chronologique. En effet, lorsque cette composante existe, il convient de l'isoler afin de pouvoir analyser les autres caractéristiques. Une désaisonnalisation systématique, sans tester l'existence de cette composante, peut créer un « bruit » parasite nuisible à l'analyse de la chronique et donc dégrader la qualité de la prévision. Dans ce chapitre, nous allons, par conséquent, présenter les techniques permettant de tester l'existence d'une composante saisonnière, puis nous examinons les méthodes de désaisonnalisation.

I. La détection de la saisonnalité

A. La représentation graphique et le tableau de Buys-Ballot

L'analyse graphique d'une chronique suffit, parfois, pour mettre en évidence une saisonnalité. Néanmoins, si cet examen n'est pas révélateur ou en cas de doute, le tableau de Buys-Ballot permet d'analyser plus finement l'historique. La figure 1.1 des ventes trimestrielles d'un produit festif indique une saisonnalité marquée au quatrième trimestre, ce que nous pouvons confirmer à l'aide du tableau de Buys-Ballot.

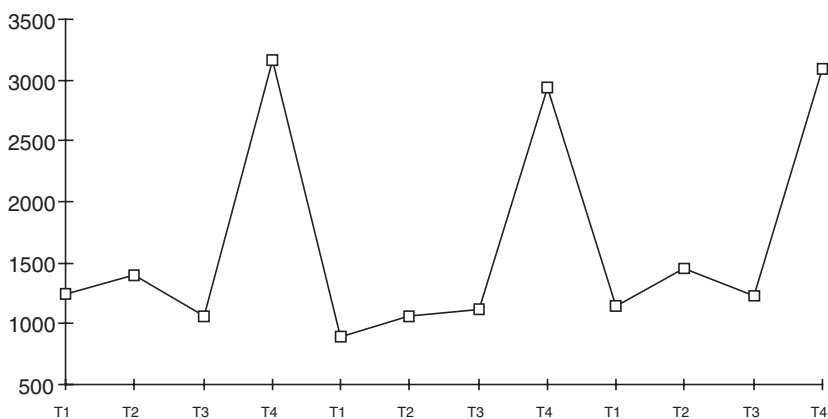


Figure 1.1 – Ventes trimestrielles en milliers d'unités

Le tableau de Buys-Ballot est un tableau complet à deux entrées dans lequel sont consignées les valeurs de x_t . Il est constitué (cf. Tableau 1.1) en ligne par les années et en colonne par le facteur à analyser (mois, trimestre...). Les moyennes et les écarts types¹ des années et des trimestres (ou des mois selon le cas) sont calculés ainsi que pour l'ensemble des observations de la chronique.

Tableau 1.1 – Exemple de constitution d'un tableau de Buys-Ballot pour des ventes trimestrielles (calculs arrondis)

Dates	T1	T2	T3	T4	Moyenne	Écart type
Année 1	1248	1392	1057	3159	1714	842,69
Année 2	891	1065	1118	2934	1502	831,02
Année 3	1138	1456	1224	3090	1727	795,48
Moyenne	1092	1304	1133	3061	Moyenne générale	Écart type général
Écart type	149	171	69	94	1647,7	829,74

Nous pouvons alors classer les trimestres pour chaque année par valeurs décroissantes (cf. Tableau 1.2).

Tableau 1.2 – Classement des trimestres en fonction de leur valeurs

Années				
Année 1	T4	T2	T1	T3
Année 2	T4	T3	T2	T1
Année 3	T4	T2	T3	T1

1. La formule de l'écart type utilisée est celle de la population.

La lecture du Tableau 1.2 indique la persistance du trimestre T4 à se classer en première position quelles que soient l'année et la position de « creux » occupée par le trimestre T1, ce qui nous conduit à retenir l'existence d'une saisonnalité rigide. Cette technique très simple permet la détection de la saisonnalité et aussi d'en préciser la nature.

B. Analyse de la variance et test de Fisher

L'examen visuel du graphique ou du tableau ne permet pas toujours de déterminer avec certitude l'existence d'une saisonnalité, de surcroît il interdit l'automatisme de traitement qui peut s'avérer nécessaire dans le cas d'un nombre important de séries à examiner. Le test de Fisher à partir de l'analyse de la variance permet de pallier ces deux inconvénients.

Ce test¹ suppose la chronique sans tendance ou encore sans extra-saisonnalité. Dans le cas contraire cette composante est éliminée par une régression sur le temps (extra-saisonnalité déterministe), ou par une procédure de filtrage (extra-saisonnalité aléatoire).

Soit :

N le nombre d'années,

p le nombre d'observations (la périodicité) dans l'année (trimestre $p = 4$, mois $p = 12$, etc.).

x_{ij} la valeur de la chronique pour la $i^{\text{ème}}$ année ($i = 1, \dots, N$) et la $j^{\text{ème}}$ période ($j = 1, \dots, p$) supposée telle que $x_{ij} = m_{ij} + e_{ij}$; les e_{ij} sont les résidus considérés comme aléatoires formés d'éléments indépendants : $e_{ij} \rightarrow N(0; \sigma^2)$.

Les m_{ij} sont les éléments d'une composante de la chronique qui s'écrivent : $m_{ij} = a_i + b_j$ avec b_j qui mesure l'effet période en colonne du tableau et a_i qui mesure l'effet année en ligne du tableau.

Deux effets absents sont testés contre deux effets significativement présents :

- si l'effet période (ici trimestre) est significatif, la série est saisonnière ;
- si l'effet année est significatif, ceci suggère deux interprétations.
 - La chronique de départ n'a pas été transformée, elle possède alors des paliers horizontaux.
 - La chronique a été transformée, des changements de tendance existent dans la chronique.

1. Laloire, 1972.