

## NOTE HISTORIQUE

Les concepts topologiques apparaissent dans maintes branches des mathématiques. La Topologie étudie les objets du point de vue des formes et des positions relatives de ces objets. Voici quelques repères historiques (voir [14]).

- L'expression *Analysis Situs* fut introduite par G-W. Leibniz (1646-1716). Ce mathématicien n'est pas le fondateur de la topologie, même si celle-ci s'est appelée *Analysis Situs* jusqu'au début du XX<sup>e</sup> siècle. Ainsi, en 1912, H. Poincaré (1854-1912) écrit : “ Mais il est une troisième géométrie d'où la quantité est complètement bannie et qui est purement qualitative ; c'est l'*Analysis Situs*” .

- C'est L. Euler (1707-1783) qui établit en 1736 le premier résultat topologique avec le problème “des sept ponts de Königsberg” . En 1750, il donne la formule :  $s + f = a + 2$ , où  $s$  est le nombre de sommets,  $f$  le nombre de faces et  $a$  le nombre d'arêtes d'un polyèdre convexe.

En 1858, A. Möbius (1790-1868) montre une surface “n'ayant qu'un seul côté” et appelée aujourd'hui *bande (ou ruban) de Möbius*. Ses études sur les polyèdres et les surfaces en font un précurseur de la topologie.

K.F. Gauss (1777-1855) étudia aussi les surfaces. Il semble que ce soit son élève J. Listing (1802-1882) qui utilisa le premier le mot *topologie*.

B. Riemann (1826-1866) aborde la connexité et introduit la topologie pour l'étude des fonctions d'une variable complexe. D'après N. Bourbaki, “ c'est Riemann qui doit être considéré comme le créateur de la topologie, comme de tant d'autres branches de la mathématique moderne ” (*Topologie générale*. Note historique du Chapitre 1).

C. Jordan (1838-1922) étudie la notion de *courbe* et définit la connexité par arcs. En 1871, E. Betti (1823-1892) introduit un nombre indiquant la “complexité” d'une figure. Dans cette voie, en 1895 Poincaré définit les *nombre de Betti* et la notion d'homotopie.

- La topologie s'est aussi développée avec l'idée de *limite*. De nos jours, la *topologie générale* (par opposition à la *topologie algébrique*) est très souvent définie comme “l'étude des notions de limite et de continuité” (voir [5], [10]).

Historiquement, la topologie a apporté de la rigueur dans la présentation de l'Analyse ainsi que des idées nouvelles. Outre les mathématiciens mentionnés ci-dessus, parmi les noms illustrant cette évolution, on peut citer : B. Bolzano (1781-1848), A-L. Cauchy (1789-1857), N. Abel (1802-1829), C. Gudermannn (1798-1851), K. Weierstrass (1815-1897), E. Heine (1821-1881), G. Cantor (1845-1918), D. Hilbert (1862-1943), W. Osgood (1864-1943), F. Hausdorff (1868-1942), R. Baire (1874-1932), M. Fréchet (1878-1973), F. Riesz (1880-1956), L. Brouwer (1881-1966), S. Banach (1892-1945), M. Stone (1903-1989).

Les notions basiques de topologie rencontrées aujourd'hui furent élaborées vers 1910. Au Congrès International de Mathématiques de Rome en 1909, F. Riesz en propose une axiomatique. En 1912, Brouwer construit une théorie de la topologie. Topologie générale et topologie algébrique n'étaient pas encore dissociées (ce qui se fera vers 1930). En 1914, Hausdorff définit les voisinages d'un point par quatre axiomes, sans référence à une distance. Ceci amènera la notion d'espace topologique. Le nom de Hausdorff est aussi associé à “l'axiome de séparation” , toujours vérifié dans un espace métrique.